MET Mondher
GRATI Mohamed

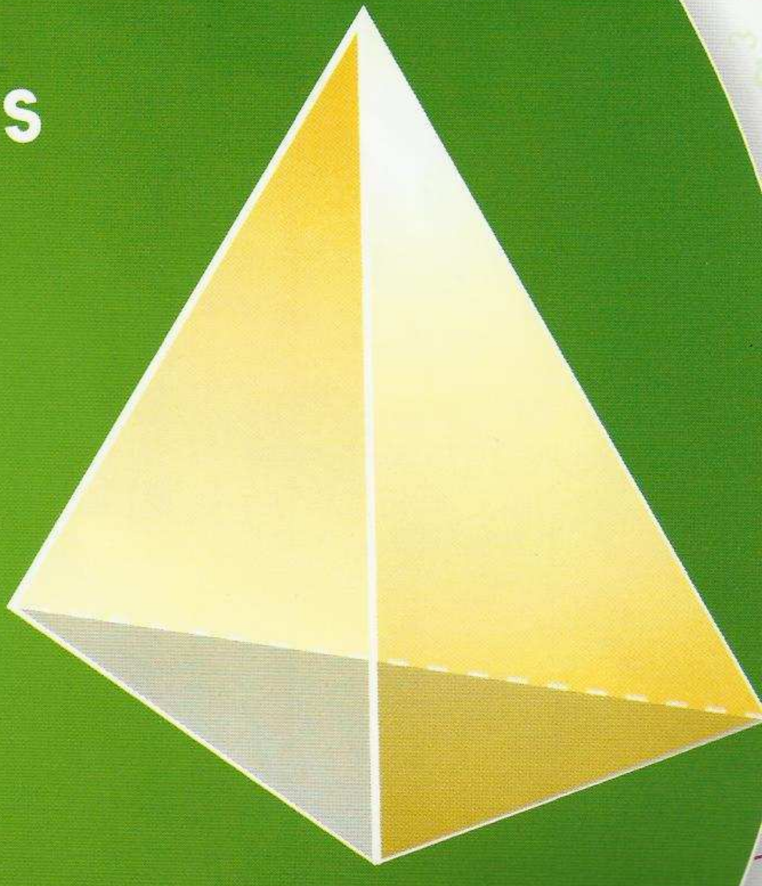
Nouvea

Epreuves en MATHÉMATIQUES

1 ère

our les élèves de la 1ère année secondaire

Pyramide



Corrigés complets et détaillés

evoirs de controle
evoirs de synthèse

Devoirs du 1er trimestre

Épreuves	Algèbre	Géométrie
Devoir de contrôle n°1	➪ *Activités numérique I*	➪ *Angles*
Devoir de contrôle n°2	➪ *Activités numériques II*	➪ *Théorème de Thalès et sa réciproque*
Devoir de synthèse n°1	➪ *Activités numériques I + II* ➪ *Activités algébriques*	➪ *Angles* ➪ *Théorème de Thalès et sa réciproque* ➪ *Rapports trigonométriques d'un angle aigu* ➪ *Relations métriques dans un triangle rectangle*

Devoir de contrôle N°1
Exemple 1

Exercice N°1

Répondre par vrai ou faux en justifiant :

1) Les entiers naturels 63036 et 36063 sont premier entre eux.

2) Les entiers naturels n et n^2 ont le même reste dans la division euclidienne par 3

3) 254×10^3 est l'arrondi au millier de 254772

Exercice N°2

1) a- Vérifier que $\dfrac{3n+27}{n+3} = 3 + \dfrac{18}{n+3}$

b- Déterminer les entiers naturels n pour que $\dfrac{n}{3}$ et $\dfrac{3n+27}{n+3}$ soient des entiers naturels

2) Soient x et y des entiers naturels tels que $x - y$ est un multiple de 6 et le reste de la division euclidienne de y par 8 est 1

Montrer que x est impair

Exercice N°3

On donne $a=340$ et $b = 238$

1) Décomposer a et b en produit de facteurs premiers et déduire le $\text{PGCD}(a,b)$

2) Retrouver le $\text{PGCD}(a,b)$ en utilisant l'algorithme d'Euclide.

3) Le rationnel $\dfrac{a}{b}$ est -il décimal ? Justifier

4) Donner l'arrondi à 10^{-2} prés de $\dfrac{a}{b}$

Exercice N°4

Soit $\mathscr{C}$ Un cercle de centre O et de diamètre $[BC]$ et E le point de $\mathscr{C}$ tel que $\widehat{BCE}=70°$

1) Calculer $\widehat{BOE}$ et $\widehat{CBE}$. Justifier

2) Soit A le point du cercle $\mathscr{C}$ tel que $[BE)$ est la bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$

Montrer que les droites (AB) et (OE) sont parallèles.

3) a- Comparer les angles $\widehat{CAE}$ et $\widehat{CBE}$. Justifier.

b- Montrer alors le triangle AEC est isocèle.

c- Déduire que (OE) est la médiatrice du segment $[AC]$

4) Soit $[Ex)$ la demi-tangente à $\mathscr{C}$ en E tel que $\widehat{CEx}$ est aigu

Montrer que $(Ex) // (AC)$.

Devoir de contrôle N°1

Exemple 2

Exercice N°1

1) Répondre par vrai ou faux

a- Si a et b sont premiers entre eux alors $PPCM(a,b) = ab$

b- Si a et b sont premiers et b est non nul alors le quotient $\frac{a}{b}$ est irréductible.

c- Si a est premier alors $a + 1$ n'est pas premier.

d- 5^{20} et 2^{5} sont premiers entre eux.

e- $PPCM(2^2.3^3\ ;\ 3^2.2^3) = 18\times9$

2) Montrer que le produit de trois multiples de 3 est un multiple de 27.

Exercice N°2

1) Déterminer x et y pour que :

$\overline{1x5x}$ soit divisible par 4 et 3

$\overline{4yx2}$ soit divisible par 4 et 9

2) Déterminer les entiers naturels n pour que $\frac{n+23}{n+2}$ soit un entier naturel.

3) Montrer que si n est un entier impair alors $n^2 - 1$ est un entier pair.

Exercice N°3

On donne $A = 2^3\times3\times5^2$ et $B = 2^2\times5^3\times7$

1) Déterminer le $PGCD(A,B)$ et le $PPCM(A,B)$

2) Rendre la fraction $\frac{A}{B}$ irréductible.

3) Le rationnel $\frac{A}{B}$ est-il décimal ?

4) Donner l'arrondi de $\frac{A}{B}$ à 10^{-1} près.

Exercice N°4

Soit ABC un triangle tel que $BC = 10\,cm$, $\widehat{ABC}=40°$ et $\widehat{ACB}=60°$.

Soit $\mathscr{C}$ le cercle circonscrit au triangle ABC et O son centre.

1) a- Faire une figure

b- Calculer $\widehat{BAC}$

2) La bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$ recoupe $\mathscr{C}$ en un point D. Calculer $\widehat{ADB}$

3) La bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$ coupe la droite (AD) en un point I et recoupe $\mathscr{C}$ en un point F.

a- Calculer $\widehat{AIB}$

b- Montrer que le triangle IBD est équilatéral.

c- Montrer que (OI) et (BD) sont perpendiculaires

d- Montrer que les droites (BD) et (AF) sont parallèles.

e- La droite (OI) coupe (AF) en un point J. Montrer que J est le milieu de $[AF]$.

Devoir de contrôle N°1
Exemple 3

Exercice N°1

Répondre par vrai ou faux

a- Tout entier naturel divisible par 4 est pair

b- Deux nombres impairs sont premiers entre eux

c- $\frac{97}{897}$ est une fraction irréductible.

d- Soit a et b deux entiers naturels, si a est un multiple de b alors $PGCD(a,b) = b$

e- 3^{20} et 5^{4} sont premiers entre eux.

f- Soit $n \in \mathbb{N}^*$ et $y = 24n + 30$, alors $y + 2$ est divisible par 8.

Exercice N° 2

Dans chaque cas, comment choisir les entiers naturels n pour que :

* $\frac{n}{5}$ et $\frac{20}{n}$ soient des entiers naturels $(n \in \mathbb{N}^*)$

* $\frac{2n+18}{n+3}$

Exercice N° 3

On donne $a = 372$ et $b = 228$

1) Calculer $PGCD(a,b)$

2) Rendre irréductible $N = \frac{a}{b}$

3) Déterminer l'arrondi de N au millièmes.

4) On divise 379 et 237 par un même entier naturel x (non nul), on obtient respectivement 7 et 9 pour restes. Trouver x

Exercice N° 4

Soit ABC un triangle isocèle en A. La perpendiculaire à (AB) issue de B et la perpendiculaire à (AC) issue de C se coupent au point D

1) Montrer que les quatre points A, B, C et D appartiennent à un même cercle $\mathscr{C}$ dont on précisera le diamètre. Tracer le cercle $\mathscr{C}$

2) Montrer que $\widehat{ADB} = \widehat{ACB}$ et $\widehat{ADC} = \widehat{ABC}$

3) Déduire que $[DA)$ est la bissectrice de l'angle $\widehat{BDC}$

4) Soit Δ la tangente au cercle $\mathscr{C}$ en A et I un point de Δ tel que $\widehat{IAC}$ soit un angle aigu.

a- Comparer $\widehat{ABC}$ et $\widehat{IAC}$

b- En déduire que $\Delta \,//\, (BC)$

Devoir de contrôle N°1

Exemple 4

Exercice N°1

Répondre par vrai ou faux en justifiant

1) Les entiers 375 et 282 sont premiers entre eux

2) La somme de trois multiples consécutifs de 4 est divisible par 6

3) $0,245\times10^4$ est l'écriture scientifique du nombre 2450

Exercice N° 2

1) Calculer PGCD(72 ; 120)

2) Donner l'écriture irréductible de la fraction $\frac{72}{120}$

3) Déterminer les entiers naturels n non nuls tels que : $\frac{72}{n}$ et $\frac{120}{n}$ soient des entiers naturels

Exercice N° 3

Si on effectue la division euclidienne d'un entier x par 6 on trouve un quotient égal à q et le reste est égal aussi à q

Montrer que x est un multiple de 7 et que $x < 42$

Exercice N° 4

Soit ABC un triangle isocèle de sommet principal A inscrit dans un cercle $\mathscr{C}$ et M un point de l'arc $[\overset{\frown}{AC}]$ ne contenant pas B tel que CM < AM

1) Montrer que $\widehat{AMB}=\widehat{ACB}$ et que $\widehat{BAC}=\widehat{BMC}$

2) Montrer que $\widehat{AMC}$ et $\widehat{ABC}$ sont supplémentaires.

3) Soit (xx') la tangente au cercle $\mathscr{C}$ passant par A (x du coté de C)

   a- Montrer que $\widehat{xAC}=\widehat{ACB}$

   b- En déduire que $(xx')//(BC)$

4) Soit D le projeté orthogonal de B sur la droite (AM)

Les droites (BD) et (CM) se coupent en P.

   a- Montrer que $\widehat{PMD}=\widehat{DMB}$

   b- En déduire que (DM) est la médiatrice du segment [BP]

Devoir de contrôle N°1

Exemple 5

Exercice N°1

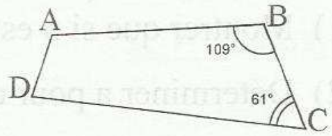
Répondre par vrai ou faux. Justifier

1) $\dfrac{273}{24}$ est une écriture irréductible.

2) 51 est un nombre premier.

3) Si a et b sont deux entiers premiers entre eux, alors $\text{PPCM}(a,b) = a \times b$

4) Observer la figure ci contre



$(AB) \,//\, (DC)$

Exercice N° 2

1) Déterminer $\text{PGCD}(260,1950)$ et $\text{PPCM}(260,1950)$

2) Rendre la fraction $\dfrac{260}{1950}$ irréductible.

3) Déterminer la liste des diviseurs communs de 260 et 1950

4) Le reste de la division euclidienne de 1961 par un entier b est 11 et le reste de la division euclidienne de 279 par le même entier b est 19.

Déterminer les valeurs possibles de l'entier b.

Exercice N° 3

1) Trouver l'entier naturel n sachant que $50 < n < 75$ et que la division euclidienne de n par 15 donne un quotient égal au reste.

2) n et p sont deux entiers naturels impairs tel que $n > p$

a- Montrer que l'entier $(n^2 - p^2)$ est divisible par 4

b- Quel est le reste de la division euclidienne de $(n^2 - p^2 + 5)$ par 4

Exercice N° 4

Soit $\mathscr{C}$ un cercle de centre O et de rayon $R = 5\,\text{cm}$

$[AC]$ est un diamètre de $\mathscr{C}$ et $B \in \mathscr{C}$ tel que $AB = R$

1) a- Montrer que le triangle OAB est équilatéral et que le triangle ABC est rectangle .

b- Calculer $\widehat{BOC}$ et $\widehat{ACB}$

2) Soit $[Bx)$ la demie droite tel que $[BC)$ est la bissectrice de l'angle $\widehat{OBx}$

Montrer que les droites (Bx) et (AC) sont parallèles.

3) La tangente (T) à $\mathscr{C}$ passant par A coupe (Bx) en K. Déterminer l'angle $\widehat{KAB}$.

Devoir de contrôle N°1

Exemple 6

Exercice N°1

Répondre par vrai ou faux en justifiant la réponse

1) Les nombres $2^3 \times 3^{10} \times 7$ et $7^2 \times 5^2$ sont premiers entre eux

2) 225^{10} est divisible par 15.

Exercice N° 2

1) Montrer que si n est un entier impair alors n^2 est impair

2) Déterminer a pour que le nombre $\overline{7a2a}$ soit divisible par 15.

3) Déterminer x et y pour que le nombre $\overline{8x7y}$ soit divisible par 4 et 9.

Exercice N° 3

1) a et b deux entiers naturels tels que $PGCD(a,b) = 13$

Montrer que $a + b$ est divisible par 13

2) Chercher l'ensemble des entiers naturels n pour que $\frac{24}{n}$ et $\frac{n}{3}$ soient deux entiers naturels.

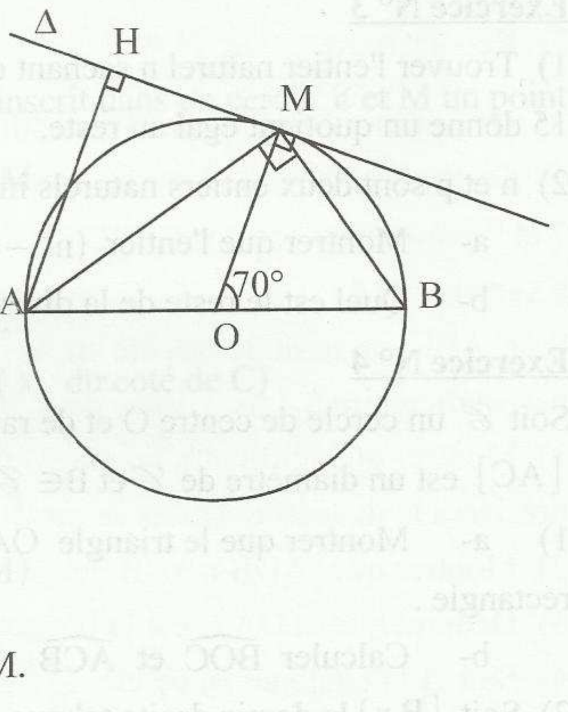
Exercice N° 4

On donne la figure ci contre

$\mathscr{C}$ est un cercle de centre O ; $\widehat{MOB} = 70°$

Δ est la tangente en M au cercle $\mathscr{C}$

H est le projeté orthogonal de A sur Δ



1) Calculer $\widehat{MAB}$; $\widehat{AMB}$; $\widehat{ABM}$

2) Montrer que $(AH) // (OM)$

3) Montrer que $[AM)$ est la bissectrice de l'angle $\widehat{HAB}$.

4) La droite (AH) coupe le cercle $\mathscr{C}$ en K

a- Montrer que $\widehat{MKB} = \widehat{MAB}$.

b- Déduire que le triangle KMB est isocèle en M.

Devoir de contrôle N° 2
Exemple 1

Exercice N° 1

Répondre par vrai ou faux

1) si $1 < a < 3$ alors $\sqrt{(4-a)^2} = a - 4$

2) $\dfrac{\sqrt{45}-\sqrt{35}}{(3-\sqrt{7})(\sqrt{20}-\sqrt{5})} = 1$.

Exercice N° 2

a et b étant deux réels tels que $a \in \mathbb{R}_-$ et $b \in \mathbb{R}_+$

On considère l'expression $E = \dfrac{(2a^2b)^3 \times \sqrt{a^2b^2}}{\sqrt{4a^4}}$

1) Simplifier $\sqrt{a^2b^2}$ et $\sqrt{4a^4}$

2) a- Montrer que $E = -4a^5b^4$

b- En déduire le signe de E

3) Calculer E lorsque $a = -1$ et $b = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Exercice N°3

On donne les réels $a = \sqrt{14 - 6\sqrt{5}}$ et $b = \dfrac{\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}} - \dfrac{2}{\sqrt{5}-1}$

a- Développer $(\sqrt{5}-3)^2$ puis simplifier a.

b- Écrire le réel b avec un dénominateur entier.

c- Calculer ab puis déduire que a et b sont inverses.

Exercice N°4

Soit $\mathscr{C}$ un cercle de diamètre $[AB]$. Soit I un point du segment $[AB]$ tel que $AI = \dfrac{3}{4}AB$.

Soit E un point de $\mathscr{C}$.

1) La perpendiculaire à (AE) passant par I coupe $[AE]$ en J.

a- Montrer que $\dfrac{AJ}{AE} = \dfrac{AI}{AB}$

b- Déduire que $AJ = \dfrac{3}{4}AE$

2) La droite (IE) recoupe $\mathscr{C}$ en F. La perpendiculaire à (AF) passant par I coupe (AF) en K.

a- Comparer $\dfrac{AK}{AF}$ et $\dfrac{AI}{AB}$

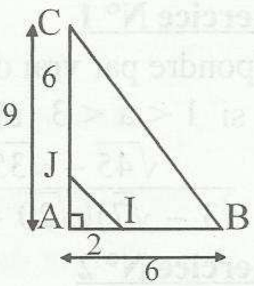
b- En déduire que $(EF) \,//\, (JK)$

c- Les droites (JF) et (KE) se coupent en D. Montrer que $DE = \dfrac{4}{3}DK$.

Devoir de contrôle N° 2
Exemple 2

Exercice N° 1

Répondre par vrai ou faux



1) Observe la figure ci contre et déduire que $(IJ)//(BC)$

2) Pour tout réel a strictement positif , $\frac{1}{a}+a\leqslant 2$

Exercice N° 2

On donne $A=\frac{(ab^{-1}c^{3})^{2}(abc^{3})^{-3}}{(ab^{-4})(-ab^{2}c)^{-2}}$ avec a, b et c des réels non nuls ; $B=12^{100}(1{,}5)^{50}6^{-149}$

et $C=\frac{2}{3+\sqrt{5}}+\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}-1}$

1) Simplifier A et B.
2) Écrire C avec un même dénominateur entier.

Exercice N° 3

Soit $x=\sqrt{8-3\sqrt{7}}$ et $y=\sqrt{8+3\sqrt{7}}$

1) Montrer que x et y sont inverses
2) On pose $a=x+y$ et $b=x-y$
   a- Calculer a^2 et b^2 b- Déduire a et b
3) Simplifier x et y

Exercice N° 4

Soit ABC un triangle isocèle en A tels que $BC=6\,\text{cm}$ et $AB=5\,\text{cm}$

1) a- Construire le point I du segment $[AB]$ tel que $BI=\frac{1}{3}BA$ et le point J de $[AC)$ tel que $AJ=\frac{3}{2}AC$
   b- Calculer les rapports $\frac{AC}{AJ}$ et $\frac{AI}{AB}$
   c- Déduire que les droites (IC) et (BJ) sont parallèles. d- Évaluer $\frac{IC}{BJ}$.
2) Les droites (BC) et (IJ) se coupent en K.
   a- Montrer que $\frac{KC}{KB}=\frac{2}{3}$
   b- Soit O le milieu de $[BC]$. Montrer que $BK=\frac{6}{5}BO$
   c- Soit H le point de $[BA)$ tel que $BH=6$.
   Montrer que les droites (OA) et (KH) sont parallèles

Devoir de contrôle N° 2

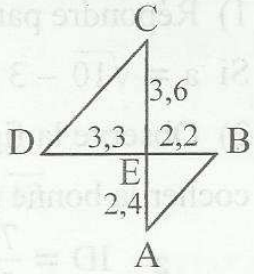
Exemple 3

Exercice N° 1

1) Répondre par vrai ou faux

si $a \in \mathbb{R}_-$ et $b \in \mathbb{R}_+$ alors $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{a^2 - 2ab + b^2} = 0$

2) Observer la figure ci contre et cocher la bonne réponse :



$(AB) // (CD)$

a- Vrai b- Faux

Exercice N° 2

On donne $a = |2\sqrt{3} - 4| - 3\sqrt{12} + \sqrt{48} + 3$ et $b = \dfrac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$

1) Montrer que $a = 7 - 4\sqrt{3}$

2) a- Simplifier b puis montrer que $a = \dfrac{1}{b}$

b- Calculer $a^{-6}.b^{-5}$

3) Calculer a^2 puis simplifier $c = \sqrt{97 - 56\sqrt{3}} + 4\sqrt{3}$

Exercice N° 3

Soit les réels $x = 5 - 2\sqrt{6}$, $y = 5 + 2\sqrt{6}$ et $t = \sqrt{x} - \sqrt{y}$

1) a- Comparer x et y

b- Déduire le signe de t

2) a- Ecrire x et y sous forme de carré.

b- Montrer que $t = -2\sqrt{2}$

Exercice N° 4

ABC un triangle rectangle en A tel que $AB = 8$ et $AC = 6$ et le point M est le milieu de $[BC]$. Soit P un point de $[AM]$ tel que $AP = 3$. La parallèle à (AB) passant par P coupe (BC) en E et la parallèle à (AC) passant par P coupe (BC) en F.

1) a- Comparer $\dfrac{MP}{MA}$ et $\dfrac{ME}{MB}$ puis $\dfrac{MP}{MA}$ et $\dfrac{MF}{MC}$

b- Déduire que M est le milieu de $[EF]$

2) La droite (PE) coupe (AC) en I et (PF) coupe (AB) en J.

a- Comparer $\dfrac{PI}{PE}$ et $\dfrac{FC}{FE}$ puis $\dfrac{PJ}{PF}$ et $\dfrac{EB}{EF}$

b- Déduire que $(IJ) // (EF)$

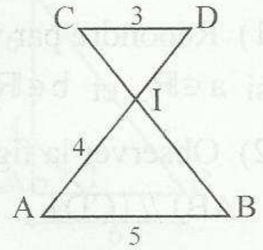
Devoir de contrôle N° 2

Exemple 4

Exercice N° 1

1) Répondre par vrai ou faux

Si $a = \sqrt{10} - 3$ et $b = \sqrt{10} + 3$ alors $a^{20} \times b^{19} = a$



2) Observe la figure ci contre tel que (CD) // (AB)

cocher la bonne réponse :

a- $ID = \frac{7}{5}$ b- $5IC = 3IB$ c- I milieu de $[BC]$

Exercice N° 2

Simplifier les expressions suivantes :

$A = 6\sqrt{8} - 3\sqrt{50} + \sqrt{18}$; $B = 14^{200} \times 1{,}75^{100} \times 7^{-301}$

et $C = \dfrac{\sqrt{4a^4b^2} + ab\sqrt{a^2} - \sqrt{a^2b^4}}{ab}$ où $a \in \mathbb{R}^*_-$, $b \in \mathbb{R}^*_+$

Exercice N° 3

soit x et y deux réels $x \in \mathbb{R}_-$ et $y \in \mathbb{R}_+$, $x^2 = 2\sqrt{5} + \sqrt{17}$ et $y^2 = 2\sqrt{5} - \sqrt{17}$

1) Calculer x^2y^2

2) Déduire une écriture simple de xy et de $(x + y)^2$ puis calculer $\dfrac{x + y}{x - y}$

Exercice N° 4

Soit ABC un triangle isocèle en A tels que $BC = 6\,cm$, $AB = 5\,cm$ et I le milieu de $[BC]$

I) 1) Calculer AI

2) a- construire le point H de $[CI]$ tel que $CH = \frac{3}{5}CI$

b- La perpendiculaire à (CI) passant par H coupe (AC) en K

Comparer $\dfrac{CH}{CI}$ et $\dfrac{HK}{AI}$, puis calculer HK

3) Vérifier que $BH = \frac{7}{5}BI$

4) Placer le point J de $[BA)$ tel que $BJ = 7\,cm$

a- Montrer que les droites (JH) et (AI) sont parallèles

b- En déduire que les points J, H et K sont alignés

5) Montrer que $\dfrac{HJ}{AI} = \dfrac{7}{5}$ puis déduire que $HK = \frac{3}{7}HJ$

Devoir de contrôle N° 2

Exemple 5

Exercice N° 1

1) Répondre par vrai ou faux.

Si $a = 1 - \dfrac{1}{10^6}$ alors $a^2 < a < \sqrt{a}$

2) cocher la bonne réponse :

a- $\sqrt{7}+\sqrt{5}=\sqrt{12}$ b- $\sqrt{7}+\sqrt{5}<\sqrt{12}$ c- $\sqrt{7}+\sqrt{5}>\sqrt{12}$

Exercice N° 2

On donne $A = \dfrac{(a^2b^3c^4)^{-1}\times\left(\dfrac{1}{2}a\right)^{-2}}{(\sqrt{2}a^{-2}c^{-1})^4\times b^{-5}}$ (où a, b, et c trois réels non nuls)

1) Montrer que $A = a^4b^2$

2) On donne $a = \dfrac{2\sqrt{6}-\sqrt{32}}{2\sqrt{2}}$ et $b = \dfrac{\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} - 3\sqrt{3} - 5$

a- Quel est le signe de a

b- Simplifier les écritures de a et de b puis montrer que a et b sont inverses

c- Calculer alors $\sqrt{A}$

Exercice N° 3

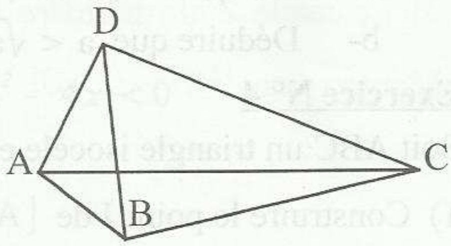
Soient a et b deux réels tels que $1 \leqslant a \leqslant 3$ et $-7 \leqslant b \leqslant -1$

1) Encadrer $4-a$, $2a-b$ et $ab-1$

2) Simplifier $D = \sqrt{(4-a)^2} + \sqrt{(2a-b)^2} - |ab-1|$

Exercice N° 4

ABCD est un quadrilatère convexe et I le point d'intersection de ses diagonales.



1) a- La parallèle à (BC) passant par A coupe $[ID]$ en E. trouver les quotients égaux à $\dfrac{IE}{IB}$

b- La parallèle à (AD) passant par B coupe $[IC]$ en F

2) a- Trouver les quotients égaux à $\dfrac{IF}{IA}$

b- En déduire que $IE\times IC = ID\times IF$

3) Montrer que (EF) // (DC)

4) (EF) recoupe (BC) en H. Le cercle $\mathscr{C}$ de diamètre $[HC]$ recoupe (DC) en K.

Montrer que $(HK)\perp(EF)$

Devoir de contrôle N° 2

Exemple 6

Exercice N° 1

Choisir la bonne réponse

1) Si $x < 3$ et $y < -1$ alors

a- $x - y < 4$ b- $xy < -3$ c- $x + y < 2$

2) $(\sqrt{5} - \sqrt{2})^2 =$

a- $7 - 2\sqrt{10}$ b- 3 c- $5\sqrt{10}$

Exercice N° 2

Soient les expressions suivantes

$A = \sqrt{64} + \sqrt{28} - \sqrt{175}$; $B = \dfrac{3}{2\sqrt{2} - \sqrt{7}} - \dfrac{4}{3\sqrt{2} + 4}$ et $C = \sqrt{8 - 3\sqrt{7}} - \sqrt{8 + 3\sqrt{7}}$

1) Montrer que $A = 8 - 3\sqrt{7}$

2) Montrer que $\dfrac{4}{3\sqrt{2} + 4} = 6\sqrt{2} - 8$. en déduire que $B = 8 + 3\sqrt{7}$

3) Montrer que A et B sont inverses

4) a- Montrer que $C \in \mathbb{R}_-$

b- Calculer C^2

c- En déduire l'écriture la plus simple de C

Exercice N° 3

1) Soit $x \in]-2\ ;\ 3[$; donner un encadrement de $(2x + 5)^2$ puis déduire que $-15 < 2x^2 + 10x - 3 < 45$

2) Soit a et b deux réels strictement positifs tels que $a < b$

a- Comparer $\sqrt{a}$ et $\sqrt{b}$; a et $\sqrt{ab}$; b et $\sqrt{ab}$

b- Déduire que $a < \sqrt{ab} < b$

Exercice N° 4

Soit ABC un triangle isocèle en A

1) Construire le point J de $[AB]$ tel que $AJ = \dfrac{3}{5}AB$ et le point I de $[AC)$ tel que $AI = \dfrac{5}{3}AC$

2) Montrer que (JC) et (BI) sont parallèles.

3) la médiatrice de $[BC]$ coupe (JC) en K et (BC) en H et (BI) en O

a- Montrer que le point H est le milieu de $[OK]$.

b- Quelle est la nature de BKCO ?

4) En déduire que $JK = \dfrac{3}{5}KC$

Devoir de synthèse N° 1

Exemple 1

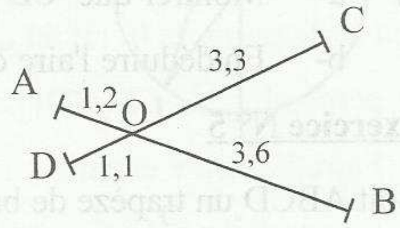
Exercice N° 1

I) Répondre par vrai ou faux

1) $\sqrt{5}+\sqrt{5}+\sqrt{5}=\sqrt{45}$

2) $\sqrt{a^2+9}=|a|+3$

II) Cocher la bonne réponse:



les droites (AD) et (BC) sont parallèles .

a- Vrai b- Faux

Exercice N° 2

On donne les expressions A, B et C suivantes :

$A = x^3 - 64 - 3(4-x)(2x+3)$, $B = (x+2)^2 - 9$ et $C = (x+2)^3 - (x-2)^3$

1) a- Factoriser A et B.

b- Pour $x \neq -5$ et $x \neq 1$; déduire que $\dfrac{A}{B} = \dfrac{(x-4)(x+5)}{x-1}$

2) a- Montrer que $C = 4(3x^2+4)$

b- En déduire que le nombre n avec $n = 2007^3 - 2003^3$ est divisible par 4

Exercice N° 3

On donne le réel x tel que $x \in]0\,;\,1[$

1) Comparer x et x^2 et en déduire que $\sqrt{x+2} > \sqrt{x^2+2}$

2) Montrer que $1 < (x-2)^2 < 4$ et en déduire que $-3 < x^2 - 4x < 0$

3) Comparer $\dfrac{x^2}{\sqrt{x+2}}$ et $\dfrac{4x}{\sqrt{x^2+2}}$

Exercice N° 4

Soit un cercle $\mathscr{C}$ de diamètre $[AB]$ tel que $AB = 8$ (en cm)

1) Placer un point C tel que $\widehat{BAC} = 60°$. Quelle est la nature du triangle ABC

En déduire la valeur de la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$

2) La bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$ coupe le cercle $\mathscr{C}$ en un point D

a- Comparer les mesures des deux angles $\widehat{BCD}$ et $\widehat{BAD}$.

b- Montrer que (CD) // (AB)

3) Montrer que $AC = 4$; $BC = 4\sqrt{3}$ et que $CH = 2\sqrt{3}$ avec H projeté orthogonal de C sur (AB)

4) Soit E le point d'intersection de (CB) et (AD)

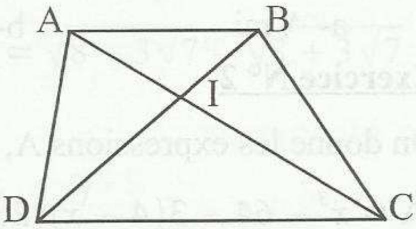
Calculer CE et EB

5) a- Montrer que $CD = 4$

b- En déduire l'aire du trapèze ABDC

Exercice N° 5

Soit ABCD un trapèze de base $[AB]$ et $[DC]$, on note I le point d'intersection de (AC) et (BD) .



1) Trouver deux quotients égaux à $\frac{IA}{IC}$

2) Construire le point $E \in [IC]$ tel que $IE = \frac{1}{3}IC$

3) La parallèle à (DE) passant par A coupe la droite (BD) en F.

a- Donner deux quotients égaux à $\frac{IA}{IE}$

b- Déduire que $IB \times IC = IE \times IF$

c- Montrer que $(BE) // (CF)$

4) Le cercle $\mathscr{C}$ de diamètre $[BF]$ recoupe $[FC]$ en H

Montrer que $(BH) \perp (BE)$

Devoir de synthèse N° 1

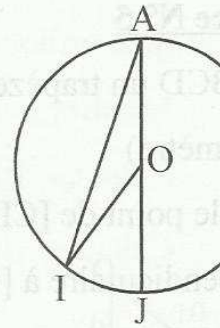
Exemple 2

Exercice N° 1

I) Répondre par vrai ou faux :

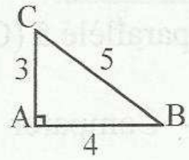
1) $793522^3 - 22^3$ est divisible par 10^2

2) On donne la figure ci contre :



$\widehat{IOJ} = \frac{1}{2}\widehat{IAO}$

II) Observer la figure ci contre puis cocher la bonne réponse



a- $\operatorname{tg}\widehat{B} = \frac{4}{3}$ b- $\cos\widehat{C} = \frac{4}{5}$ c- $AC = 4\operatorname{tg}\widehat{B}$

Exercice N° 2

1) a- Calculer les expressions $M = (\sqrt{3} + 2)^3$ et $N = \dfrac{3}{7 + 4\sqrt{3}} - \dfrac{2}{3\sqrt{3} + 5}$

b- En déduire que M et N sont inverses.

2) Soit l'expression $E = \sqrt{(3a^2 - b)^2} - \sqrt{(b - 3a)^2}$ tels que $a \in \mathbb{R}_+$ et $b \in \mathbb{R}_-$

Montrer que $E = 3a^2 - 3a$

3) Montrer que si $a = 2 + \sqrt{3}$ alors $M - E - 1 = (a - 1)^3$

Exercice N° 3

1) Développer puis simplifier $A = (x^2 + 1)(x - 3) - (x - 1)^3$

2) Soit x un réel, on donne les expressions suivantes

$B = 4(x - 1)^2 - (x + 1)^2 + x(x - 3)^2$; $C = (x - 1)^3 - 8 - 2(x - 3)(x + 1)$

a- Factoriser B et C.

b- Pour $x \neq 3$; $x \neq (-1)$ et $x \neq 1$, Montrer que $\dfrac{C}{B} = 1 - \dfrac{2}{x + 1}$

Exercice N° 4

Soient x et y deux réels tels que $x \in \left[-1 \, ; -\frac{1}{2}\right]$ et $y \in [2 \, ; 5]$

1) Donner un encadrement de $x + y$

2) Montrer que $\frac{-x}{x+y} \in \left[\frac{1}{9} ; 1\right]$

3) Ranges les réels $\frac{-x}{x+y}$; $\frac{\sqrt{-x}}{\sqrt{x+y}}$; $\frac{x^2}{x^2+2xy+y^2}$

Exercice N° 5

Soit ABCD un trapèze rectangle en A et D tel que $AB = AD = 6$ et $CD = 10$ (l'unité étant le centimètre)

Soit M le point de [CD] tel que CM=2

La perpendiculaire à [CD] passant par M coupe (AC) en E

1) Faire la figure et calculer ME

2) La parallèle à (CD) passant par E coupe (BC) en N.

   a- Comparer $\frac{CE}{CA}$ et $\frac{CN}{CB}$

   b- Montrer que les droites (MN) et (BD) sont parallèles.

3) Soit I le point de [AD] tel que $AI = 2\sqrt{3}$

   a- Calculer $\tan \widehat{ABI}$. En déduire $\widehat{ABI}$ puis placer le point I

   b- Déterminer l'angle $\widehat{IBD}$

4) Soit H le projeté orthogonal de I sur (BD)

   a- Calculer BI, ID , DH et BH

   b- Montrer alors que $\cos 15° = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

Devoir de synthèse N° 1
Exemple 3

Exercice N° 1

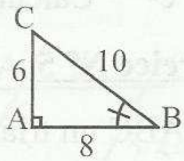
I) Répondre par vrai ou faux

1) $a^3 + 125 = (a+5)^3$ pour tout réel a

2) L'inverse de $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ est $\sqrt{3} - \sqrt{2}$

II) Cocher la bonne réponse :

Dans le triangle rectangle ci contre :



a- $\sin\hat{B} = 0{,}75$ b- $\sin\hat{B} = 0{,}6$ c- $\sin\hat{B} = 0{,}8$

Exercice N° 2

I) Développer puis simplifier les expressions suivantes.

$$A = (2x+1)^2 - (x+1)(x+3)$$

$$B = (x-2)^3 - (x+2)^3$$

II) Soient les expressions :

$E(x) = (5x+2)^2 - (3x+1)^2$ et $F = 8x^3 + 1 - (4x+2)(2x^2+1)$

a- Factoriser E , F puis E + F

b- Trouver les réels x tels que $E + F = 0$

III) x et y sont deux réels tels que $x + y = 1$

Montrer que $3(x^2 + y^2) - 2(x^3 + y^3) = 1$

Exercice N° 3

On donne $-3 < x < -2$ et $y \in]4\,;5[$

1) Encadrer x^2 ; $x + y$; xy et $\dfrac{3y}{x+y}$

2) Soit $E = |x| - |1 - 2x|$

Écrire E sans valeur absolue

3) Vérifier que $x^2 + 5x = \left(x + \dfrac{5}{2}\right)^2 - \dfrac{25}{4}$

4) Encadrer $x^2 + 5x$

Exercice N° 4

ABC est un triangle rectangle en A tel que $AB = 2\sqrt{2}\,\text{cm}$ et $\widehat{ABC} = 60°$

1) Calculer BC et AC.

2) Soit D le point du segment $[AC]$ tel que $AB = AD$. Calculer CD.

3) E le projeté orthogonal de C sur (BD)

   a- Montrer que A, B , C et E appartiennent à un même cercle $\mathscr{C}$

   b- Calculer $\widehat{EDC}$ et EC.

   c- Calculer $\widehat{BCE}$; Déduire $\cos 75°$.

Exercice N° 5

Soit ABC un triangle rectangle en B tel que $AB = 6$ et $AC = 9$ et soient le point $I \in [AB]$ tel que $AI = 2$ et le point $J \in [AC]$ tel que $CJ = 6$

1) a- Montrer que (IJ) // (BC)

   b- Calculer IJ et BJ.

2) Les droites (IC) et (BJ) se coupent en O.

   a- Montrer que $OB = 3\,OJ$

   b- Calculer OB.

Devoir de synthèse N° 1
Exemple 4

Exercice N° 1

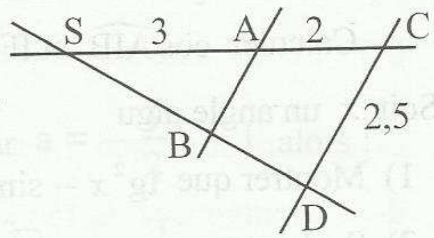
I) répondre par vrai ou faux

$(2x-1)(4x^2+4x+1)=8x^3-1$

II) Cocher la bonne réponse:

1) Sachant que $(AB)\,//\,(CD)$, d'après Thalès,

on a : $\dfrac{SA}{AC}=\dfrac{SB}{BD}=\dfrac{AB}{DC}$



a- Vrai b- Faux

2) En utilisant la figure , AB vaut :

a- 6 b- 3,75 c- 1,5

Exercice N° 2

I) 1) Développer $(1-\sqrt{6})^2$.

2) Simplifier l'expression $E=\sqrt{(2-\sqrt{3})^2}-2\sqrt{3}(\sqrt{2}-2)$

II) Soit x un réel, on pose $A=8x^3-27+(3-2x)(3x^2+6x+10)$

et $B=4x^2-12x+9+(2x-3)(x^2+4)$

1) Factoriser A et B.

2) Lorsque B est non nul, simplifier $\dfrac{A}{B}$.

Exercice N° 3

Soit $I=\{x\in\mathbb{R}\,;\sqrt{x^2-4x+4}\leqslant 1\}$

1) Montrer que $I=[1\,;3]$

2) a- On pose $A=\dfrac{3a+1}{a+1}$. Vérifier que $A=3-\dfrac{2}{a+1}$

b- Pour $a\in I$, encadrer $\dfrac{1}{a+1}$ et en déduire un encadrement de A.

Exercice N° 4

I) Soit ABC un triangle rectangle en A tels que $AB = 6$ et $\cos\widehat{ABC} = \frac{3}{5}$

1) a- Vérifier que $BC = 10$

b- Calculer $\sin\widehat{ABC}$ et en déduire que $AC = 8$

c- Calculer $\text{tg}\,\widehat{ABC}$ et $\sin\widehat{ACB}$

2) Soit I le milieu de $[AC]$ et E le projeté orthogonal de I sur (BC)

Calculer IB et IE.

3) Soit F le projeté orthogonal de C sur (BI)

Calculer $\cos\widehat{AIB}$ et IF

II) Soit x un angle aigu

1) Montrer que $\text{tg}^2 x - \sin^2 x = \text{tg}^2 x.\sin^2 x$

2) Sachant que $\text{tg}\,x = \sqrt{2}$, calculer $\sin x$ puis $\cos x$

Exercice N° 5

ABC est un triangle tel que $AB = 3{,}5\,\text{cm}$; $AC = 4{,}5\,\text{cm}$ et $BC = 4\,\text{cm}$. I est le milieu de $[BC]$

1) Construire le point M du segment $[AI]$ tel que $\frac{AM}{AI} = \frac{3}{5}$.

2) La parallèle à (AB) menée de M coupe $[AC]$ en E et $[BC]$ en F. La parallèle à (AC) menée de M coupe $[AB]$ en G et $[BC]$ en H.

a- Montrer que $\frac{IF}{IB} = \frac{IH}{IC}$. Déduire que I est le milieu de $[FH]$ et que $BH = FC$.

b- Montrer que $\frac{BG}{BA} = \frac{CE}{CA}$. Déduire que les droites (GE) et (BC) sont parallèles.

Devoir de synthèse N° 1
Exemple 5

Exercice N° 1

I) Répondre par vrai ou faux.

Si x est un angle aigu alors $(1 + \mathrm{tg}^2 x)^2 = \dfrac{1}{\cos^4 x}$

II) Cocher la bonne réponse :

1) Soient x et y deux réel tel que $x \leqslant y$ et $a = 3x - 5y$ et $b = x - 3y$ alors

a- $a \geqslant b$ b- $a = b$ c- $a \leqslant b$

2) Soit x un réel tel que $-3 \leqslant x \leqslant 1$ et le réel a définie par $a = -\dfrac{1}{2}x - 1$ alors :

a- $\dfrac{1}{2} \leqslant a \leqslant -\dfrac{3}{2}$ b- $a \in \left[-\dfrac{3}{2} ; \dfrac{1}{2}\right]$ c- $-\dfrac{3}{2} \leqslant a \leqslant -\dfrac{1}{2}$

Exercice N° 2

On considère les expressions suivantes :

$$A = \frac{(2^3)^{-1} \times (2\sqrt{5})^3 \times (\sqrt{5})^{-2} + 0{,}02.10^2}{2^3}$$

$B = (x-1)^3$ avec $x \in \mathbb{R}$

$C = x^3 - 1$

1) a- Montrer que $A = \dfrac{\sqrt{5}+2}{8}$.

b- Calculer B pour $x = \sqrt{5}$ et déduire que A et B sont inverses.

2) a- Factoriser C

b- Montrer que $B + C = (x-1)(2x^2 - x + 2)$

3) Pour $x = 1001$, montrer que $B + C$ est divisible par 10^3.

Exercice N° 3

Soit un réel x tel que $1 < -2x + 11 < 13$

1) Donner un encadrement de x puis de $x - 2$

2) Soit $A = -x^2 + 4x + 4$

a- Vérifier que $A = 8 - (x-2)^2$

b- Déduire un encadrement de A.

Exercice N° 4

Soit ABC un triangle rectangle en A tel que $BC = 6\,\text{cm}$ et $\widehat{ABC} = 30°$

1) Montrer que $AB = 3\sqrt{3}$ et $AC = 3$.

2) La bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$ coupe $[AC]$ en I.

La parallèle à (BI) passant par A coupe (BC) en D.

a- Montrer que le triangle ABD est isocèle en B.

b- En utilisant le théorème de Thalès, Montrer que $\dfrac{IA}{IC} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

c- En déduire que $IA = 6\sqrt{3} - 9$ et $IC = 12 - 6\sqrt{3}$

d- Montrer que $\operatorname{tg} 15° = 2 - \sqrt{3}$

Exercice N° 5

Soit un parallélogramme ABCD.

1) Construire les points : $M \in [AB]$ tel que $AM = \dfrac{2}{5}AB$ et $N \in [CD]$ tel que

$DN = \dfrac{3}{5}DC$.

2) La droite (AN) coupe (BD) en G et (BC) en O.

a- Comparer les rapports $\dfrac{GB}{GD}$ et $\dfrac{GO}{GA}$

b- Comparer les rapports $\dfrac{GD}{GB}$ et $\dfrac{GN}{GA}$

c- Déduire que $GA^2 = GO \times GN$

3) a- Montrer que $\dfrac{OC}{OB} = \dfrac{2}{5}$ puis déduire la valeur du rapport $\dfrac{BC}{BO}$

b- Montrer que $(CM) \,//\, (AO)$

Devoir de synthèse N° 1
Exemple 6

Exercice N° 1

Cocher la bonne réponse :

1) L'expression $A = |3\sqrt{5} - 2\sqrt{7}|$ est égale à :

a- $3\sqrt{5} + 2\sqrt{7}$ b- $3\sqrt{5} - 2\sqrt{7}$ c- $2\sqrt{7} - 3\sqrt{5}$

2) Si $x \leqslant 3$ et $y \leqslant -1$ alors :

a- $x - y \leqslant 4$ b- $xy \leqslant -3$ c- $x + y \leqslant 2$

3) l'inverse de $\sqrt{2} + 1$ est

a- $\dfrac{1}{\sqrt{2}} + 1$ b- $\sqrt{2} - 1$ c- $-\sqrt{2} - 1$

Exercice N° 2

1) factoriser a- $(2x + 3)^2 - (x - 1)^2$ b- $x^3 - 8 - (x - 2)(2x + 1)$

2) Développer $A = (x + 2)^2 + (2x - 1)^2 - (x\sqrt{5} - 2)(x\sqrt{5} + 2) - 8$

$B = (x + 1)^3 + 3(x + 1)^2(2x - 1) + 3(x + 1)(2x - 1)^2 + (2x - 1)^3$

3) Déduire que $A + B = 27x^3 + 1$, puis factoriser $A + B$

Exercice N° 3

On considère l'expression $A = \dfrac{2x + 8}{x^2 + 5} - \dfrac{3}{2}$ tel que $x \in [-1\,;1]$

1) Encadrer $2x + 8$; $x^2 + 5$

2) Montrer que $1 \leqslant \dfrac{2x + 8}{x^2 + 5} \leqslant 2$

3) En déduire que $|A| \leqslant \dfrac{1}{2}$

4) Montrer que $\sqrt{\left(|A| - \dfrac{1}{2}\right)^2} - \sqrt{\left(-|A| + \dfrac{3}{2}\right)^2} = -1$

Exercice N° 4

Soit ABC un triangle, E et F des points de $[BC]$ tels que $BE = CF = \frac{1}{3}BC$

1) Construire E et F.

2) La parallèle à (AC) passant par E coupe $[AB]$ en I et la parallèle à (AB) passant par F coupe $[AC]$ en J.

a- Montrer que $\frac{AI}{AB} = \frac{CE}{CB} = \frac{2}{3}$

b- Comparer $\frac{AJ}{AC}$ et $\frac{BF}{BC}$

c- Déduire que $(IJ) \mathbin{//} (BC)$

Exercice N° 5

I) Soit un triangle ABC tel que $BC = 4\,\text{cm}$, $\widehat{ABC} = 60°$ et $\widehat{ACB} = 75°$ et $[CH]$ la hauteur issue de C.

1) a- Calculer $\widehat{BAC}$

b- Calculer BH, CH, AH et AC.

2) La parallèle à (BC) passant par A coupe (CH) en E

a- Évaluer $\widehat{BAE}$ et déduire HE

3) La perpendiculaire à (AE) passant par C coupe (AE) en K

a- Calculer CK

b- Déduire $\cos(15°)$

II) x est un angle aigu tel que $\cos x = \frac{1}{5}$

calculer $\sin(x)$ et $\operatorname{tg}(x)$

III) x est un angle aigu

Vérifier que $\frac{\operatorname{tg}(x)}{1 + \operatorname{tg}^2(x)} = \sin(x)\cos(x)$

Devoirs du $2^{\text{éme}}$ trimestre

Épreuves	Algèbre	Géométrie
Devoir de contrôle n°3	➪ *Équations du premier degrés à une inconnue*	➪ *Vecteurs*
Devoir de contrôle n°4	➪ *Inéquations du premier degrés à une inconnue*	➪ *Vecteurs et translation*
Devoir de synthèse n°2	➪ *Équations et inéquation du premier degrés à une inconnue* ➪ *Fonctions linéaires*	➪ *Vecteurs et translation* ➪ *Somme de deux vecteurs* ➪ *vecteurs colinéaires*

Devoir de contrôle N° 3
Exemple 1

Exercice N° 1

Cocher la bonne réponse :

1) ABC est triangle rectangle en B, K est le milieu de son hypoténuse. Soit E un point tel que $\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{BA}$ donc :

a- $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{EA}$ b- $\overrightarrow{BK}=\overrightarrow{KE}$ c- ABCE est un carré.

2) L'équation $x(7x-1)=x(3x-2)$ a pour solutions :

a- 0 et $-\frac{1}{4}$ b- $\frac{1}{7}$ et $\frac{2}{3}$ c- 0 et $\frac{1}{4}$

Exercice N° 2

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a- $3x-2=0$

b- $\frac{6x-1}{4}=\frac{3x+2}{2}$

c- $\sqrt{4x^2-12x+9}=5$

2) On donne $A(x)=25x^2-(3x+1)^2$ et $B(x)=8x^3-1-2x(2x-1)$

a- Factoriser $A(x)$ et $B(x)$

b- Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations $A(x)=0$, $B(x)=0$

c- Montrer que $B(x)-A(x)=4x(2x-1)(x-2)$

d- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $A(x)=B(x)$

Exercice N°3

La largeur d'un rectangle est 20 mètres. Si la longueur de ce rectangle diminue de 16 mètres et si sa largeur augmente de 5 mètres, son aire ne change pas. Quelle est la longueur de ce rectangle ?

Exercice N°4

Soient ABC un triangle et I le milieu de $[AB]$

1) a- Construire le point O tel que $\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{OC}$

b- Construire le point E tel que $\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{BI}$

2) a- Montrer que le quadrilatère IAEC est un parallélogramme.

b- En déduire que $\overrightarrow{OE}=\overrightarrow{IO}$

3) Soit J le point tel que $\overrightarrow{JO}=\overrightarrow{BI}$

Montrer que $\overrightarrow{OE}=\overrightarrow{JC}$

4) Montrer que J est le milieu de $[BC]$

Devoir de contrôle N° 3

Exemple 2

Exercice N° 1

Cocher la bonne réponse :

1) ABC est un triangle isocèle en A et E un point tel que $\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{AB}$, On a :

a- ACEB est un losange b- $\overline{BE}=\overline{CA}$ c- $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AC}$

2) Un livre et un cahier coutent 11^D . Le livre coûte 10^D de plus que le cahier.

Dix cahiers coûtent :

a- $2{,}50^D$ b- 5^D c- 10^D

Exercice N° 2

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1) $\frac{x}{3}+3=\frac{x}{7}-1$

2) $|2x+7|=|x-1|$

3) $x^4-2x^2+1=0$

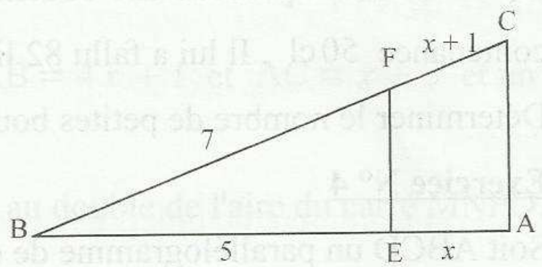
4) $27x^3-1=-9x^2+3x$

5) $(2x-1)^3=6x-1$

Exercice N° 3

Observe la figure suivante ou ABC est un triangle rectangle en A , $(EF)//(AC)$

$BE=5$, $EA=x$, $BF=7$, $FC=x+1$



1) Montrer que $x=\frac{5}{2}$

2) Calculer l'aire du triangle ABC

Exercice N° 4

ABCD Un parallélogramme de centre O

1) a- Construire le point E tel que le vecteur $\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{AB}$

b- Montrer que C est le milieu de $[DE]$

2) Soit F le point tel que $\overrightarrow{DF}=\overrightarrow{AC}$

Montrer que DBEF est un parallélogramme.

3) K le point tel que $\overrightarrow{KA}=\overrightarrow{AB}$. Montrer que $\overrightarrow{KO}=\overrightarrow{OE}$

4) Soit J le point tel que A le milieu de $[DJ]$. Montrer que $\overrightarrow{AJ}=\overrightarrow{FC}$

Devoir de contrôle N° 3
Exemple 3

Exercice N° 1

Cocher la bonne réponse :

1) 0 et $\sqrt{2}$ sont les solutions de l'équation :

a- $x\sqrt{2} = 2x^2$ b- $x(x - \sqrt{2}) = 1$ c- $2x - x^2\sqrt{2} = 0$

2) Dans un losange ABCD de centre O on a :

a- $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ b- $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OB}$ c- $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

Exercice N° 2

Résoudre dans $\mathbb{R}$ chacune des équations suivantes

a- $\dfrac{x}{2} - \dfrac{x-3}{4} = \dfrac{5-x}{6}$

b- $x^3 - 27 - 9(x-3) = 0$

c- $(3x-1)^2 = 25(x+1)^2$

d- $\sqrt{x^2 - 2x + 1} = |x+1|$

Exercice N° 3

Un commerçant possède 120 bouteille, les unes de contenance 75 cl et les autres de contenance 50 cl . Il lui a fallu 82 litres de jus pour les remplir.

Déterminer le nombre de petites bouteilles.

Exercice N° 4

Soit ABCD un parallélogramme de centre O

1) a- Construire les points M et N tel que $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{OB}$ et $\overrightarrow{ON} = \overrightarrow{BA}$

b- Montrer que $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AO}$

c- En déduire que O est le milieu de $[MN]$

2) Montrer que OAND est un parallélogramme

3) a- Construire le point F tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CF}$

b- Montrer que B, M et F sont alignés.

Devoir de contrôle N° 3

Exemple 4

Exercice N° 1

Cocher la bonne réponse :

1) Si ABCD est un parallélogramme, alors

a- $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ b- $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}$ c- $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BD}$

2) le triple du carré d'un nombre est égal au double de ce nombre.

Quelle équation traduit ce problème :

a- $x(3x-2)=0$ b- $x(6x-1)=0$ c- $6x=2x$

Exercice N° 2

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a- $x^3-8=(2x-4)(x-4x^2)$

b- $|1-9x^2|-|3x+1|=0$

2) a- Développer $(2-\sqrt{7})^2$

b- Résoudre alors dans $\mathbb{R}$ l'équation $(x+\sqrt{7})^2-(11-4\sqrt{7})+(x+2)^2=0$

Exercice N° 3

Soit x un nombre réel positif

On considère un triangle ABC rectangle en A tel que $AB=4x+1$ et $AC=x+3$ et un carré MNPQ de coté $MN=x+1$

Déterminer x pour que l'aire du triangle ABC soit égal au double de l'aire du carré MNPQ.

Exercice N° 4

Soit ABC un triangle rectangle en A et H le projeté orthogonal de A sur (BC)

1) a- Construire le point E tel que AHEB soit un parallélogramme.

b- Construire le point F tel que $\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{BC}$

c- Montrer que $\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{AH}$

2) a- Montrer que $(BE)\perp(BC)$

b- Déduire que BCFE est un rectangle

3) Soit le point G tel que B milieu de $[EG]$

Montrer que $\overrightarrow{FB}=\overrightarrow{CG}$

Devoir de contrôle N° 3

Exemple 5

Exercice N° 1

Cocher la bonne réponse

1) Les solutions de l'équation $3x(5-2x)=0$ sont :

a- -3 et 2,5 b- 0 et $-2,5$ c- 0 et 2,5

2) Si ABCD un rectangle alors $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BD}$

a- Vrai b- Faux

Exercice N° 2

Résoudre dans $\mathbb{R}$, les équations suivantes :

1) $2x=(x+1)\sqrt{2}$

2) $x+\dfrac{2}{3}=5-\dfrac{x-1}{7}$

3) $x^3+1+(x+1)(3x-1)=0$

4) $(x+3)^3=(x+1)(x^2-x+28)$

Exercice N° 3

58 billets de banque ; les uns de 5^D ; les autres de 10^D forment une somme d'argent égale à 395^D

Quel est le nombre de billets de chaque catégorie.

Exercice N° 4

Soit ABC un triangle et O le milieu de $[AC]$

1) a- Construire le point D tel que $\overrightarrow{BO}=\overrightarrow{OD}$

b- Montrer que $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$

2) a- Construire le point E tel que $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{OE}$

b- Montrer que $\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{CE}$

3) Soit I le symétrique de B par rapport à C.

Montrer que E est le milieu de [DI]

Devoir de contrôle N° 3

Exemple 6

Exercice N° 1

1) Cocher la bonne réponse.

L'équation $x^2 + 1 = 0$ admet dans $\mathbb{R}$

a- Une solution　　b- Deux solutions　　c- Aucune solution

2) A, B, C et D quatre points du plan , $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ équivalent à

a- $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$　　b- $\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CB}$　　c- $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB}$

Exercice N° 2

Soit $A(x) = 27x^3 + 1 - (3x + 1)(5x^2 + x)$

1) Montrer que $A(x) = (3x + 1)(2x - 1)^2$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations :

a- $A(x) = 0$

b- $A(x) = 9(3x + 1)$

Exercice N° 3

ABC est un triangle rectangle en A tel que $AB = 6$ et $AC = 8$. Soit M un point du segment $[AB]$ tel que $AM = x$. La parallèle à (BC) passant par M coupe (AC) en N

Déterminer x pour que le périmètre du triangle AMN soit égal au périmètre du quadrilatère MNCB.

Exercice N° 4

Construire un triangle ABC isocèle en A tel que $BC = 4\,\text{cm}$ et $AC = 3\,\text{cm}$

1) a- Construire le point I milieu du segment $[BC]$

b- Calculer AI

2) a- Construire le point A' tel que $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IA'}$

b- En déduire la nature du quadrilatère ABA'C

c- Calculer l'aire du quadrilatère ABA'C.

3) a- Construire le point B' tel que $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'}$

b- Montrer que A' est le milieu du segment $[B'C]$

Devoir de contrôle N° 4
Exemple 1

Exercice N° 1

1) Cocher la bonne réponse :

F est l'image de E par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ équivaut à

a- $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{FE}$ b- $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{EF}$ c- $[AE]$ et $[BF]$ ont même milieu.

2) Répondre par vrai ou faux

a- Pour tout réel x ; $\sqrt{x^2} = x$

b- ABCD parallélogramme de centre I , équivaut à I est l'image de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{AI}$

Exercice N° 2

I) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

1) $-5x + 1 \geqslant 0$ 2) $|2x - 3| \leqslant 1$

3) $|x + 3| > |4x - 1|$ 4) $|x| > -2$

II) Soit $A(x) = x^3 - 1 - (x - 1)(x^2 - 2)$.

1) Montrer que $A(x) = (x - 1)(x + 3)$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$; l'inéquation $A(x) \geqslant 0$

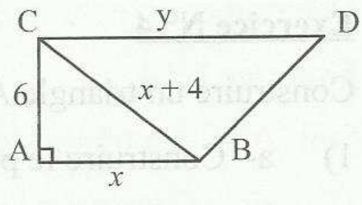
3) Déduire l'ensemble des solutions de l'inéquation $|A(x)| = A(x)$

Exercice N°3

I) résoudre dans $\mathbb{R}$:

a- $(a + 4)^2 = a^2 + 36$ b- $7{,}5 < 2{,}5 + a$

II) Observe la figure ci contre où ABDC est un trapèze rectangle en A avec $AB = x$ et $CD = y$ tel que $x > 0$ et $0 < y < 10$



1) Montrer que $x = 2{,}5$ puis calculer l'aire du triangle ABC

2) Trouver y sachant que l'aire du triangle ABC est inférieure au tiers de l'aire du trapèze ABDC

Exercice N°4

Soit ABCD un parallélogramme de centre I.

1) a- Construire le point E tel que $t_{\overrightarrow{AC}}(B) = E$ b- Montrer que C est le milieu de [DE]

2) a- Construire le point F tel que $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{EF}$ b- Montrer que $t_{\overrightarrow{AC}}(D) = F$

3) La droite (AC) coupe la droite (EF) en J

a- Déterminer $t_{\overrightarrow{AC}}((DB))$ et $t_{\overrightarrow{AC}}((AC))$ b- En déduire que $t_{\overrightarrow{AC}}(I) = J$

4) Soit $\mathscr{C}$ le cercle de centre I et de rayon IA .

a- Construire $\mathscr{C}'$ image de $\mathscr{C}$ par $t_{\overrightarrow{AC}}$ b- Montrer que $C \in \mathscr{C}'$

Devoir de contrôle N° 4

Exemple 2

Exercice N° 1

Cocher la bonne réponse :

1) Si D est l'image de E par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$, alors :

a- $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DE}$ b- $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BE}$ c- $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{ED}$

2) Pour tout réel x , $((1-\sqrt{2})x > 5(1-\sqrt{2}))$ équivaut à :

a- $x > 5$ b- $x < 5$ c- $x = 5$

Exercice N° 2

Résoudre dans IR les inéquations suivantes :

1) $-2x+1 \geqslant 0$

2) $\dfrac{x-1}{7} - \dfrac{x+2}{2} > \dfrac{x-12}{14}$

3) $3|x-3| < 6$

4) $x^2 \geqslant (3x-1)^2$

5) $x^3-(x+2)(x^2+3x) < -8$

Exercice N° 3

Soit x un réel et soit l'expression $A(x)=|1-x|-|2x+3|$

1) Écrire $A(x)$ sans valeur absolue.

2) Résoudre dans $\left[-\dfrac{3}{2}\,;\,1\right]$ l'inéquation $A(x) > x$

Exercice N° 4

L'unité de longueur est le centimètre

Soit IJM un triangle tel que IJ = 5 ; IM = 2 et JM = 4

$\mathscr{C}$ le cercle de centre I et passant par M

1) a- Construire le point N image de M par la translation $t_{\overrightarrow{IJ}}$

b- Montrer que les droites (IM) et (JN) sont parallèles

2) Déterminer et construire le cercle $\mathscr{C}'$ image de $\mathscr{C}$ par la translation $t_{\overrightarrow{IJ}}$

3) Soit Δ la tangente au cercle $\mathscr{C}$ en M et Δ' la parallèle à Δ et passant par N

a- Montrer que Δ' est l'image de Δ par la translation $t_{\overrightarrow{IJ}}$.

b- En déduire que Δ' est tangente au cercle $\mathscr{C}'$ au point N

Devoir de contrôle N° 4

Exemple 3

Exercice N° 1

Cocher la bonne réponse

1) A, B et M trois points non alignés, P est l'image de M par la translation de vecteur $\overrightarrow{BA}$ donc : a- BAMP est un parallélogramme. b- APMB est un parallélogramme.
c- APBM est un parallélogramme.

2) L'ensemble des solutions de l'inéquation $2 - |x| \leqslant 4$ est :
a- $[2\,;+\infty[$ b- $[-2\,;2]$ c- $\mathbb{R}$

Exercice N° 2

I) Résoudre dans $\mathbb{R}$, chacune des inéquations suivantes :

1) $\dfrac{x}{3} - 3 \geqslant \dfrac{x}{2} - 2$

2) $|-5x + 2| < 7$

3) $(2x - 4)(-3x + 2) > 0$

II) On donne $A(x) = x^3 - 27$

1) Factoriser $A(x)$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ $A(x) \leqslant (x-3)(x^2 + 5x)$

Exercice N° 3

1) Montrer que pour tout réel x , on a $x^2 + 4x - 45 = (x+2)^2 - 49$

2) Factoriser alors $x^2 + 4x - 45$

3) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $x^2 + 4x - 45 > 0$

4) Soit a un réel strictement positif et ABCD un rectangle de largeur a et de longueur $a + 4$
Déterminer a pour que l'aire du rectangle ABCD soit supérieure à 45

Exercice N° 4

On considère un losange ABCD tel que $AC < BD$.

1) a- Déterminer $t_{\overrightarrow{BD}}(B)$.
b- En déduire l'image de la droite (AB) par $t_{\overrightarrow{BD}}$.

2) Soit E le symétrique de A par rapport à B . Construire E puis montrer que $t_{\overrightarrow{BD}}(E) = C$.

3) Soit $\mathscr{C}$ le cercle de diamètre $[AE]$
a- Construire $\mathscr{C}'$ image de $\mathscr{C}$ par $t_{\overrightarrow{BD}}$ (en expliquant)
b- Construire le point F image de de C par $t_{\overrightarrow{BD}}$
c- Montrer que $F \in \mathscr{C}'$
d- En déduire que A, D et F sont alignés

Devoir de contrôle N° 4

Exemple 4

Exercice N° 1

Cocher la bonne réponse

1) Soit ABCD un parallélogramme. L'image du point A par la translation de vecteur $\overrightarrow{DC}$ est : a- B b- C c- D

2) Si $|2x-1| = 1-2x$ alors :

a- $x = \dfrac{1}{2}$ b- $x \in \left]-\infty\,;\,\dfrac{1}{2}\right]$ c- $x \in \left[\dfrac{1}{2}\,;\,+\infty\right[$.

Exercice N° 2

Résoudre dans $\mathbb{R}$

1) $-3x-2 \geqslant 2x+5$

2) $x(x+3) \leqslant (x-1)(x+5)$

3) $(x-2)(x-3)^2 > x^3 - 2x^2$

4) $4x - 1 + (1-2x)(1+3x) \leqslant 1$

Exercice N° 3

Soit $F(x) = |1-x| + 2x - 3$

1) Écrire $F(x)$ sans le symbole de la valeur absolue " | | "

2) Résoudre dans $[1\,;\,+\infty[$ l'inéquation $F(x) \leqslant 0$

Exercice N° 4

Soit ABC un triangle isocèle en A et I milieu de $[BC]$

1) a- Construire les points D, A', et C' tel que : $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$, $A' = t_{\overrightarrow{IC}}(A)$ et $C' = t_{\overrightarrow{IC}}(C)$

b- Montrer que I est le milieu de $[AD]$

c- Montrer que le triangle $A'IC'$ est isocèle.

2) Soit $(\mathscr{C})$ le cercle de centre C et passant par I

Construire le cercle $(\mathscr{C}')$ image du cercle $(\mathscr{C})$ par la translation $t_{\overrightarrow{IC}}$

3) Le cercle $(\mathscr{C})$ Coupe le segment $[AC]$ en K.

La droite Δ passant par K et parallèle à (IC) coupe $[A'C']$ en E

a- Déterminer l'image de la droite Δ par la translation $t_{\overrightarrow{IC}}$

b- Montrer que $t_{\overrightarrow{IC}}(K) = E$ et que $E \in (\mathscr{C}')$

Devoir de contrôle N° 4

Exemple 5

Exercice N° 1

Cocher la bonne réponse

1) MATH est un parallélogramme . Dans la translation de vecteur $\overrightarrow{HM}$ on a :

a- M est l'image de T   b- (HT) a pour translaté (MA)

c- T est l'image de A

2) Pour tout réel non nul x , si $\frac{x+2}{x} < 3$ alors :

a- $x+2 < 3x$ b- $x+2 > 3x$ c- $\frac{2-2x}{x} < 0$

Exercice N° 2

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$

a) $5x - 5 \geqslant x - 2$ b- $\frac{x+4}{5} - \frac{x+1}{2} \leqslant \frac{1}{10}$

c) $x^2 - 3x + \frac{9}{4} \leqslant 0$ d- $|3 - x| < |1 + 3x|$

2) Soit $x \in \mathbb{R}$, on pose $H(x) = (2-x)(x+7)$

a) Déterminer suivant les valeurs de x le signe de $H(x)$

b- Ranger dans l'ordre croissant $H(-7)$, $H(10^6)$ et $H(10^{-8})$

Exercice N° 3

Soit ABCD un rectangle tel que AB = 5 et AD = 3

Soit M un point du segment [AB] tel que BM = x

Comment faut-il choisir x pour que l'aire du triangle AMD soit strictement inférieure au quart de celui du rectangle ABCD ?

Exercice N° 4

Soit $\mathscr{C}$ un cercle de centre O et de diamètre [AB] et C un point de $\mathscr{C}$ distinct de A et de B.

1) a- construire le point C' image de C par $t_{\overrightarrow{AB}}$

b- Quelle est la nature du triangle ABC ? Expliquer.

2) La droite Δ passant par C' et perpendiculaire à (BC') coupe (AB) en I

a- montrer que Δ est parallèle à (BC)

b- Déterminer $t_{\overrightarrow{AB}}((BC))$ et $t_{\overrightarrow{AB}}((AB))$

c- Montrer que $t_{\overrightarrow{AB}}(B) = I$

3) Déterminer et construire le cercle $\mathscr{C}'$ image de $\mathscr{C}$ par $t_{\overrightarrow{AB}}$

4) la droite (CC') recoupe $\mathscr{C}$ en E. Construire F image de E par $t_{\overrightarrow{AB}}$. Montrer que $F \in \mathscr{C}'$.

Devoir de contrôle N° 4
Exemple 6

Exercice N° 1

1) Cocher la bonne réponse

Si ABCD est un parallélogramme alors l'image de (AD) par la translation de vecteur $\overrightarrow{DC}$ est : a- (BC) b- (AD) c- (AC)

2) répondre par vrai ou faux:

L'inéquation $(-2x+5)(x+1)>0$ équivaut à $(-2x+5)>0$ et $(x+1)>0$

Exercice N° 2

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

1) $\frac{2}{3}x-5\leqslant\frac{4}{3}x+\frac{2}{7}$ 2) $|-2x+3|<5$

3) $(-2x+3)(5x-1)<0$ 4) $x\sqrt{3}-2\leqslant 2x$

5) $(x-5)(6-x)\leqslant 2x-10$

Exercice N° 3

Soit x un nombre réel positif.

On considère un triangle ABC rectangle en A tel que $AB=x$ et $AC=x+1$ et un carré MNPQ de côté $MN=x+1$.

Déterminer x pour que l'aire du triangle ABC soit strictement supérieure au tiers de l'aire du carré MNPQ

Exercice N° 4

Soit ABC un triangle isocèle en B et I le milieu de $[AC]$

1) a- Construire le point D tel que $\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CD}$

b- Montrer que ABCD est un losange.

2) a- Construire le point E tel que $t_{\overrightarrow{AC}}(B)=E$

b- Montrer que C est le milieu de $[DE]$

3) Soit $\mathscr{C}$ le cercle de centre A et passant par I.

Construire le cercle $\mathscr{C}'$ image de $\mathscr{C}$ par $t_{\overrightarrow{AC}}$.

4) Le cercle $\mathscr{C}$ coupe le segment $[AB]$ en M.

Soit Δ la droite passant par M et parallèle à (AC), Δ coupe le segment $[CE]$ en M'

a- Déterminer $t_{\overrightarrow{AC}}(\Delta)$ et $t_{\overrightarrow{AC}}((AB))$

b- Montrer que $t_{\overrightarrow{AC}}(M)=M'$

c- Montrer que $M'\in(\mathscr{C}')$

Devoir de synthèse N° 2
Exemple 1

Exercice N° 1

I) Répondre par vrai ou faux

1) $(5x+2)(x+1)>0$ équivaut à $(5x+2>0$ et $x+1>0)$.

2) $(x-5)^2>0$ équivaut à $(x-5>0$ ou $x-5<0)$

II) Choisis la bonne réponse parmi les propositions suivantes

1) Si ABCD est un parallélogramme alors $t_{\overrightarrow{BC}}((AD))$ est égal

a- (AB) b- (CB) c- (AD)

2) Soit la fonction linéaire f définie par : $f(x)=\frac{1}{5}x$. L'antécédent de 5 par f est :

a- 25 b- 1 c- $\frac{1}{25}$

Exercice N° 2

I) Résoudre dans $\mathbb{R}$

a- $x-\frac{x+1}{2}=3-\frac{x-1}{4}$ b- $(2-x)^2-1=0$

c- $|2x+1|+|6x+3|=0$ d- $\sqrt{x^2+1}=|x-1|$

II) Soit $A(x)=x^3+2\sqrt{2}-(x+\sqrt{2})(x^2-1)$

1) Montrer que $A(x)=(x+\sqrt{2})(-\sqrt{2}x+3)$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ a- $A(x)=0$ b- $A(x)\leqslant 0$ c- $|A(x)|=A(x)$

3) Déduire le signe de $A(1)$

Exercice N° 3

Soit la fonction linéaire f définie par $f(x)=\frac{4}{3}x$

1) Calculer les images par f des réels -3 et $3\sqrt{2}$.

2) Calculer les antécédents par f des réels $-\frac{2}{3}$ et $\frac{3}{4}$.

3) Tracer la représentation graphique Δ de f dans un repère (O,I,J)

4) Soient les points $E\left(x, -\frac{1}{2}\right)$ et $F(2, y)$. Déterminer x et y tels que E et F appartiennent à Δ

5) a- Montrer que le point $G\left(\frac{3}{\sqrt{7}-\sqrt{3}} ; \sqrt{7}+\sqrt{3}\right) \in \Delta$

b- Soit $H(3m-6 ; 2m+4)$ avec $m \in \mathbb{R}$

Déterminer m pour que les points O, G et H soient alignés.

6) a- déterminer la fonction linéaire g dont la représentation graphique dans le repère (O, I, J) passe par le point $K\left(-\frac{1}{2} ; 1\right)$

b- Résoudre dans $\mathbb{R}$ $3f(x) - 2g(x) = 2x - 1$

Exercice N° 4

Soit ABCD un parallélogramme et I milieu de [BC]

1) Construire le point E tel que $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AI}$

2) a- Simplifier : * $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA}$

* $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DA}$

b- Montrer que $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{AB}$

3) a- Construire le point $F = t_{\overrightarrow{BE}}(D)$

b- Déterminer $t_{\overrightarrow{BE}}((AI))$ et $t_{\overrightarrow{BE}}((BD))$

4) La droite (AI) coupe (BD) en O.

a- Construire O' image de O par la translation de vecteur $\overrightarrow{BE}$

b- Soit $\mathscr{C}$ le cercle de centre O et de rayon OA .

Déterminer et construire le cercle $\mathscr{C}' = t_{\overrightarrow{BE}}(\mathscr{C})$

5) Montrer que $\overrightarrow{IO'} = \overrightarrow{AO}$

6) Déterminer les points M et N tel que :

a- $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MI} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{CE}$

b- $\overrightarrow{NI} + \overrightarrow{NA} + \overrightarrow{CI} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{IA}$

Devoir de synthèse N° 2
Exemple 2

Exercice N° 1

I) Répondre par Vrai ou Faux

1) Pour tout réel x ; $\quad ((\pi - 5)x < (\pi - 5)3) \quad$ équivaut à $\quad (x < 3)$

2) Soit A,B,C et D quatre point du plan

a- Si $t_{\overrightarrow{AB}}(D) = C$ alors $t_{\overrightarrow{AD}}(B) = C$

b- Si $[AC]$ et $[BD]$ ont le même milieu alors $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$

II) Pour chacune des propositions suivantes, une seule est correcte. Laquelle?

1) L'ensemble des solutions de l'inéquation $(\sqrt{5} - 3)x < \sqrt{5} - 3$ est :

a- $S_{\mathbb{R}} = \{1\}$ $\quad$ b- $S_{\mathbb{R}} =]1, +\infty[$ $\quad$ c- $S_{\mathbb{R}} =]-\infty, 1[$

2) f est la fonction linéaire définie par $f(x) = 3x$ alors :

a- $f(2) = 3$ $\quad$ b- $f(2) = 5$ $\quad$ c- $f(2) = 6$

Exercice N° 2

1) résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

a- $x\sqrt{2} - 2 \leqslant 2x - \sqrt{2}$

b- $x^3 + 27 - (x + 3)(x + 9) < x^2(x+3)$

2) Soit l'expression $E(x) = 9x^2 - 4 - 4(x - 1)(3x + 2)$

a- Vérifier que $E(x) = (3x + 2)(2 - x)$

b- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $E(x) = 0$

c- Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations $E(x) \leqslant 0$ et $E(x) > (x - 2)^2$

d- Déterminer l'ensemble des réels x pour les quels $|E(x)| = E(x)$

Exercice N° 3

Soit la fonction f la fonction linéaire définie par $f(x) = \frac{1}{3}(2x - 3) + 1$

1) Montrer que f est une fonction linéaire de coefficient $\frac{2}{3}$.

2) Calculer l'image de -6 et de $\sqrt{27}$ par f.

3) Déterminer l'antécédent de -2 par f.

4) Tracer dans un repère du plan (O,I,J) la représentation graphique Δ_f de la fonction f

5) Déterminer graphiquement l'image de 6 par f

6) Déterminer les réels m tels que le point $H(3m^2 ; m) \in \Delta_f$

7) a- Déterminer la fonction linéaire g dont la représentation graphique D_g passe par le point $E(2 ; -3)$

b- Tracer la droite D_g dans le repère (O,I,J)

c- Étant donnée le point $F\left(\frac{2}{7} ; -\frac{3}{7}\right)$, Montrer que E, O et F sont alignés.

<u>Exercice N° 4</u>

ABCD un trapèze de base $[AB]$ et $[CD]$ et $AB > AD$

1) Déterminer l'image de la droite (AB) par $t_{\overrightarrow{BC}}$.

2) a- Construire les points E, F et M tels que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BM}$; $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BM}$ et E image de A par $t_{\overrightarrow{BC}}$.

b- Déterminer l'image de M par $t_{\overrightarrow{BC}}$.

3) Soit $\mathscr{C}$ le cercle de centre A et de rayon AD .

a- Déterminer et construire $\mathscr{C}'$ image de $\mathscr{C}$ par $t_{\overrightarrow{BC}}$

b- Le segment $[AB]$ coupe $\mathscr{C}$ en G .

Soit H le point tel que : $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{GD}$. Montrer que $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{GH}$

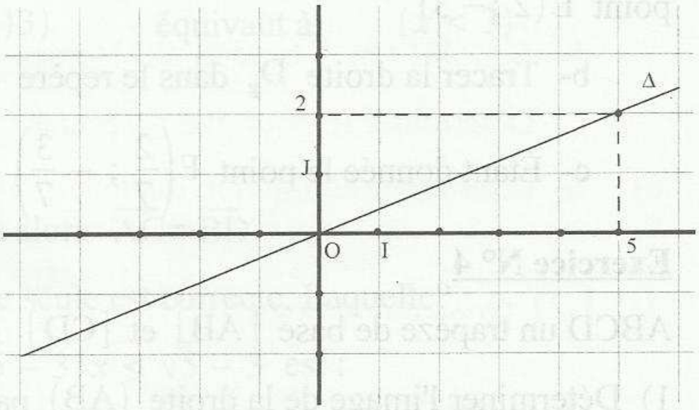
c- En déduire que $H \in (CD) \cap \mathscr{C}'$

Devoir de synthèse N° 2
Exemple 3

Exercice N° 1

I) Répondre par vrai ou faux :

Dans le repère (O,I,J) la droite Δ est la représentation graphique d'une fonction linéaire f



1) L'antécédent de 2 par f est 5.

2) le coefficient de f est $\dfrac{2}{5}$

II) Dans chacune des questions suivantes une seule réponse est juste. Laquelle?

1) L'ensemble des solutions de l'équation $-3x = 0$ est :

a- $S_{\mathbb{R}} = \{3\}$ b- $S_{\mathbb{R}} = \left\{-\dfrac{1}{3}\right\}$ c- $S_{\mathbb{R}} = \{0\}$

2) L'ensemble des solutions de l'inéquation $|x| < -2$ est

a- $S_{\mathbb{R}} =]-2\,;2[$ b- $S_{\mathbb{R}} = \emptyset$ c- $S_{\mathbb{R}} =]-\infty\,;-2[\cup]2,+\infty[$

Exercice N° 2

I) Résoudre dans $\mathbb{R}$, les inéquations suivantes :

1) $\dfrac{x^3+4}{3} - \dfrac{x^2+x}{2} < \dfrac{8-3x}{6}$ 2) $x^3 - 5\sqrt{5} \leqslant (x\sqrt{5}-5)\left(x + \dfrac{9\sqrt{5}}{5}\right)$

3) $\sqrt{x^2+2x\sqrt{3}+3} \geqslant |\sqrt{3}-x|$

II) On donne l'expression $A(x) = x^2 + 16x - 1380$; $(x \in \mathbb{R})$

1) a- Vérifier que $A(x) = (x-30)(x+46)$

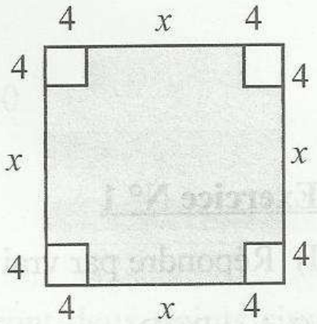
b- Étudier suivant le réel x le signe de $A(x)$

c- Sans faire du calcul, comparer $A(-100)$ et $A(20)$

d- Résoudre dans $\mathbb{R}$ $|A(x)| = A(x)$

2) Un fabricant de boites d'emballage utilise des plaques carrées de cartons pour réaliser les boites.

Il enlève de chaque coin de la plaque un carré de côté $4\ \text{cm}$ comme l'indique la figure ci-contre. $(x \in \mathbb{R}_+)$



Pour des contraintes de fabrication, l'aire de la partie colorée doit être strictement supérieure à $1380\ \text{cm}^2$. Aider ce fabricant à bien choisir la longueur du côté des plaques utilisées.

Exercice N° 3

Dans un repère (O, I, J), on donne le point $A\left(-\dfrac{3}{2}\ ;\ 3\right)$

1) Tracer la droite (OA)

2) Soit *f* la fonction linéaire dont la représentation est la droite (OA)

Montrer que le coefficient de *f* est -2

3) a- Calculer l'image de $\dfrac{5}{4}$ par *f*.

b- Calculer l'antécédent de $(3-\sqrt{2})$ par *f*.

4) Placer les points $E(3\ ;\ -5)$ et $F\left(\dfrac{3}{2}\ ;\ -3\right)$ dans le repère (O, I, J)

a- Les point E et F sont-ils sur la droite (OA) ?

b- vérifier ces résultats par le calcul

5) Déterminer l'abscisse du point C de la droite (OA) d'ordonnée $-\dfrac{4}{\sqrt{2}}$

6) Déterminer le réel m sachant que $K(2m-5\ ;\ m+1) \in (OA)$

Exercice N° 4

Soit un triangle ABC et le point I milieu de $[BC]$

1) Construire les points D et E tel que $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD}$ et $E = t_{\overrightarrow{CB}}(A)$

2) montrer que A est le milieu de $[ED]$

3) Construire le point F tel que $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IF}$

4) Montrer que B est le milieu de $[EF]$ et que C est le milieu de $[FD]$

5) Simplifier chacune des expressions suivantes :

a- $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}$ b- $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB}$ c- $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DF} - \overrightarrow{EB}$

6) Déterminer le point M du plan tel que $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MD} - \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{CA}$

7) La droite (Δ) image de (AB) par la translation de vecteur $\overrightarrow{CB}$ coupe (AC) en K.

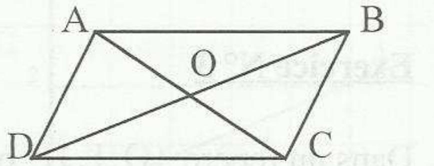
Montrer que $K = t_{\overrightarrow{BE}}(A)$.

Devoir de synthèse N° 2
Exemple 4

Exercice N° 1

I) Répondre par vrai ou faux

Soit ABCD un parallélogramme de centre O



a- $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$

b- $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BD}$

c- l'image de la droite (AD) par $t_{\overrightarrow{AC}}$ est (BC)

d- l'image du cercle $\mathscr{C}$ de centre A et de rayon AO par $t_{\overrightarrow{AC}}$ est le cercle $\mathscr{C}'$ de centre C et de rayon AO.

II) Choisir la bonne réponse :

On donne la fonction linéaire définie par $f(x) = \frac{4}{3}x$ alors l'image de 3 par f est :

a- 4 b- $\frac{4}{9}$ c- $\frac{9}{4}$

Exercice N° 2

1) Soit la fonction linéaire f définie par $f(x) = -\frac{5}{2}x$

a- Calculer les images de f des réels 2 et $-6\sqrt{3}$

b- Calculer l'antécédent de 5 par f.

c- Tracer la représentation graphique Δ de f dans un repère (O,I,J)

d- Les points $A\left(\frac{1}{5}\,;\,-1\right)$ et $B\left(\sqrt{2}\,;\,-\frac{5}{\sqrt{2}}\right)$ appartiennent-ils à Δ ?

e- Déterminer le réel m pour que le point $E\left(\frac{5}{2} - 2m\,;\,m^2\right) \in \Delta$.

2) Calculer le coefficient de la fonction linéaire g tel que $2g(3) - 5g(1) = \frac{1}{2}$

3) résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations :

a- $g(x) - f(x) > x + 5$ b- $[f(x)]^2 - 4 < 0$

Exercice N° 3

1) résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a- $\frac{x}{2} + \frac{x-3}{3} = \frac{5x-2}{6}$ b- $4(x-1)^2 = 9(x+1)^2$

c- $x^3 + 8 - 2x(x+2) = 0$

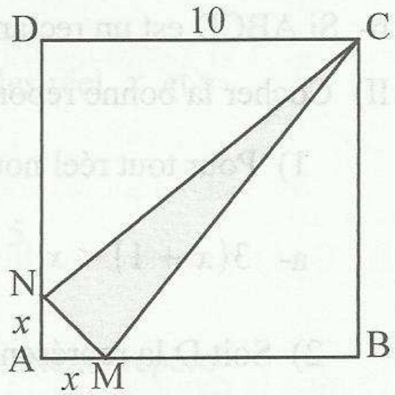
2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

a- $\frac{x}{2}+\frac{3}{5}\leqslant\frac{3}{5}x-\frac{1}{2}$ b- $(x-1)(2-4x)\leqslant 0$

c- $2|x-1|<3|x+1|$

Exercice N° 4

Dans la figure ci-contre, ABCD est un carré de côté 10 et M et N sont deux points situés respectivement sur $[AB]$ et $[AD]$ tels que $AM = AN = x$ $(0 < x < 10)$.



On désigne par $S(x)$ l'aire du triangle MNC.

1) Montrer que $S(x)=\frac{20x-x^2}{2}$

2) a- Montrer que pour tout réel x on a : $-x^2+20x-100<0$

b- En déduire que l'aire du triangle MNC est toujours inférieure à la moitié de l'aire du carré ABCD

3) a- Montrer que $x^2-20x+36=(x-2)(x-18)$

b- En déduire les réels x pour les quels on a $S(x)>18$.

Exercice N° 5

I) Soit ABD un triangle

1) Construire les points C et F tels que $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$ et $t_{\overrightarrow{BA}}(D)=F$

2) a- Simplifier : * $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{DB}$ * $\overrightarrow{FD}+\overrightarrow{CD}$ * $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}-\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{DB}$

b- Montrer que $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AF}+2\overrightarrow{DC}$

3) Les droites (AC) et (BD) se coupent en O. Montrer que $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=\vec{0}$

4) Soit I le milieu de $[CD]$

a- Construire le point E tel que $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\overrightarrow{IE}$

b- Montrer que $\overrightarrow{IE}=4\overrightarrow{IO}$

II) Soit $(\mathscr{C})$ le cercle de centre C et passant par I.

1) Déterminer et construire $(\mathscr{C}')=t_{\overrightarrow{BA}}(\mathscr{C})$

2) $(\mathscr{C})$ coupe $[BC]$ en H et $(\mathscr{C}')$ coupe $[AD]$ en K

a- Déterminer $t_{\overrightarrow{BA}}([BC])$

b- En déduire que $t_{\overrightarrow{BA}}(H)=K$

Devoir de synthèse N° 2

Exemple 5

Exercice N° 1

I) Répondre par vrai ou faux :

a- Si ABCD est un carré et I son centre , alors l'image du triangle AIB par la translation de vecteur $\overrightarrow{AD}$ est le triangle CID

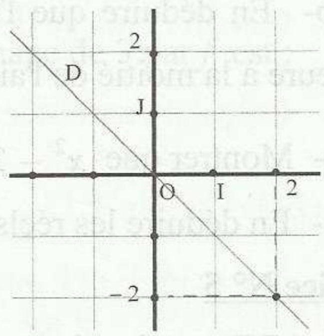
b- Si ABCD est un rectangle alors $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$

II) Cocher la bonne réponse :

1) Pour tout réel non nul x : $\left(\dfrac{x+1}{x} < \dfrac{1}{3}\right)$ est équivalent à

a- $3(x+1) < x$ b- $3(x+1) > x$ c- $\dfrac{2x+3}{3x} < 0$

2) Soit D la représentation graphique d'une fonction linéaire alors son coefficient est :



a- -1 b- 1 c- 2

Exercice N° 2

I) Soit $A(x) = x^2 - 12x + 32$

1) a- Vérifier que $A(x) = (x-4)(x-8)$

b- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $A(x) \geqslant 0$

2) On donne $B(x) = 32 - |x^2 - 12x + 32|$

a- Écrire $B(x)$ sans symbole de valeur absolue

b- Résoudre dans $]-\infty\ ;\ 4]$, l'inéquation $B(x) \geqslant 0$

II) ABCD est un trapèze rectangle en A et D tels que $AB = 6$, $CD = 2$ et $AD = 8$

Soit M un point du segment $[AD]$. On pose $AM = x$ $\quad (0 < x < 8)$

Soit H le projeté orthogonal de C sur (AB). La droite parallèle à (AB) passant par M coupe $[BC]$ en N et la droite parallèle à (AD) passant par N coupe $[AB]$ en P

On désigne par $S(x)$ l'aire du rectangle AMNP.

1) Vérifier que $BH = 4$ et montrer que $BP = \dfrac{x}{2}$

2) a- Montrer que $S(x) = \dfrac{12x - x^2}{2}$.

b- Déterminer l'ensemble des réels x pour les quels $S(x) \leqslant 16$

Exercice N° 3

Soit (O,I,J) un repère cartésien du plan

1) Soit f une fonction linéaire telle que $f(1) = 2$

a- Déterminer f

b- Tracer la droite Δ_f, représentation graphique de f dans le repère (O,I,J)

c- Soit $A\left(\frac{3}{2} ; -5\right)$, A appartient-il à Δ_f

2) soit $E(x, -4)$ et $F\left(-\frac{1}{2}; y\right)$ deux points de Δ_f. Trouver les réel x et y graphiquement puis par le calcul.

3) Soit g une fonction affine telle que $g(-1) = -4$ et $g(2) = 5$

a- déterminer g

b- Tracer la droite Δ_g représentation graphique de g dans le même repère

c- trouver m pour que le point $M(m ; m^2 - 1) \in \Delta_g$

4) résoudre graphiquement * $2x = 3x - 1$ * $3x - 1 \geqslant 2x$

Exercice N° 4

Soit ABC un triangle.

1) Construire le point D tel que $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$

2) On pose I le milieu de [AC]. Montrer que I est le milieu de [BD].

3) Soit le point E définie par $\overrightarrow{CE} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$.

a- Montrer que $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BE}$ et construire le point E.

b- Montrer que $\overrightarrow{CE} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD} = \vec{0}$

c- Déduire que C est le milieu de [ED].

4) a- Déterminer le point M tel que $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{MC}$

b- Montrer que $\overrightarrow{CM}$ et $\overrightarrow{IB}$ sont colinéaires.

5) Soit J le milieu de [ME] ; montrer que $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AJ} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AE}$

Devoir de synthèse N° 2

Exemple 6

Exercice N° 1

I) Répondre par vrai ou faux aux propositions suivantes :

a- 1 et 2 sont les solutions de l'équation $\left(\sqrt{2}x - \frac{4}{\sqrt{2}}\right)(x-1) = 0$

b- 1 et 4 sont les solutions l'équation $(x-1)-(x-4)=0$

II) Soit f une fonction linéaire de coefficient a tel que $f\left(-\frac{1}{2}\right) = 3$

Choisir la réponse exacte parmi les propositions suivantes :

1) a- $a = 6$ b- $a = -6$ c- $a = \frac{1}{6}$

2) a- $f(2) = -12$ b- $f(2) = -1$ c- $f(2) = \frac{1}{2}$

Exercice N° 2

Soient les expressions suivantes :

$A(x) = 9x^2 - 6x + 1 - (x+2)^2$ et $B(x) = 8x^3 - (4x^2+5)(2x-3) - 27$

1) a- Montrer que $A(x) = (2x-3)(4x+1)$

b- montrer que $B(x) = 2(2x-3)(3x+2)$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations :

a- $A(x) = 0$ b- $B(x) = 0$

3) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations :

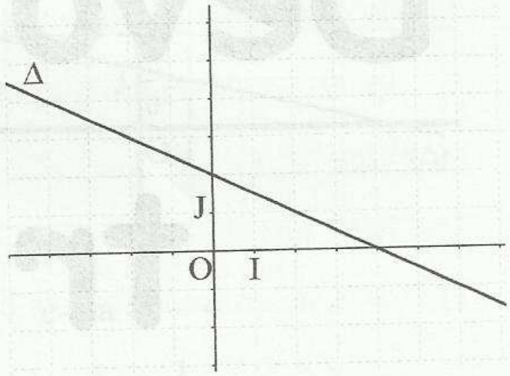
a- $9x^2 - 6x + 1 \leqslant (x+2)^2$

b- $A(x) > B(x)$

c- $|B(x)| = B(x)$

Exercice N° 3

Δ est la représentation graphique d'une fonction f



1) Quelle est la nature de la fonction f

2) recopier la figure sur votre feuille

a- déterminer graphiquement les images de 2 et de (-2) par f

b- Déterminer graphiquement les antécédents de -1 et de $\frac{7}{2}$ par f

3) a- Déterminer la fonction f

b- Retrouver par le calcul l'image de 2 et l'antécédent de $\frac{7}{2}$ par f

Exercice N° 4

Soit O, A et B trois points non alignés.

1) a- Construire les points C et D définis par $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$ et $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$

b- Montrer que $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD} = \vec{0}$

2) Simplifier les expressions suivantes :

$\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{BA}$; $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{CO}$

3) a- Construire le point E tel que $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB}$

b- En déduire que (AE) est parallèle à (OC) .

4) a- Construire les points M et N définis par $\overrightarrow{BM} = 3\overrightarrow{BO}$ et $\overrightarrow{ON} = 2\overrightarrow{AO}$

b- Montrer que $\overrightarrow{OM} = 2\overrightarrow{BO}$ et que les vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires.

c- En déduire que (MN) est parallèle à (OC)

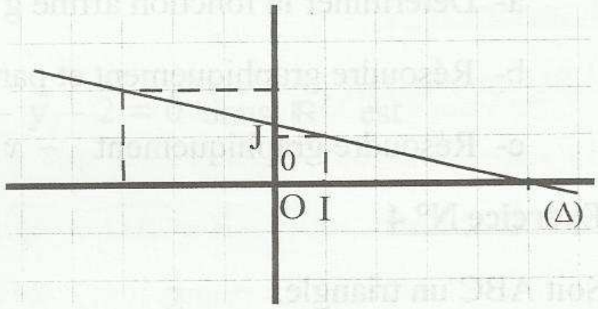
5) Montrer que MNEB est un parallélogramme.

Devoirs du 3ème trimestre

Épreuves	Algèbre	Géométrie
Devoir de contrôle n°5	➯ *Fonctions affines* ➯ *Système de deux équations à deux inconnus*	➯ *Somme de deux vecteurs – Vecteurs colinéaires* ➯ *Activité dans un repère d'une droite*
Devoir de contrôle n°6	➯ *Système de deux équations à deux inconnus*	➯ *Activité dans un repère du plan* ➯ *Quart de tour*
Devoir de synthèse n°3	➯ *Système de deux équations à deux inconnus* ➯ *Exploitation de l'information*	➯ *Activité dans un repère du plan* ➯ *Quart de tour* ➯ *Sections planes d'un solides*

Devoir de contrôle N° 5
Exemple 1

Exercice N° 1



(Δ) est la représentation graphique de la fonction f dans un repère (O,I,J)
On suppose que f est une fonction affine de coefficient a et d'ordonnée à l'origine b. Cocher la réponse exacte :

1) a- $a = \frac{1}{2}$ b- $a = -\frac{1}{4}$ c- $a = -4$

2) a- $b = \frac{5}{4}$ b- $b = 5$ c- $b = \frac{1}{2}$

Exercice N° 2

On donne l'équation $(E): 2x - y - 3 = 0$

1) a- Vérifier que les couples $(4\ ;\ 5)$ et $(1\ ;\ -1)$ sont des solutions de l'équation (E)

b- Représenter graphiquement l'ensemble des solutions Δ de l'équation (E) dans un repère $(O,\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ})$

c-Les couples $(m,1)$ et $(3,n)$ sont des solutions de l'équation (E) . trouver graphiquement les réels m et n.

2) a- Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ l'équation (E)

b- Existe-t-il un réel t tel que le couple $(t+1\ ;\ 2t-3)$ est une solution de (E) ?

3) Soit dans le repère $(O,\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ})$ les points $E(-1\ ;\ 0)$ et $F(1\ ;\ 4)$

a- Écrire une équation du premier degré à deux inconnues x et y dont l'ensemble des solutions est représenté par la droite (EF)

b- Les droites Δ et (EF) sont-elles parallèles ?

Exercice N° 3

1) Soit la fonction affine f définie par $f(x) = 2x - 3$

a- Construire Δ représentation graphique de f dans un repère cartésien (O,I,J)

b- Déterminer l'image de -1 et l'antécédent de 7 par f

c- Soit $M(2m-1\ ;\ m)$. Déterminer m pour que M appartienne à Δ.

2) Soient $A(2\ ;\ 1)$ et $B(0\ ;\ 3)$

a- Déterminer la fonction affine g dont la représentation graphique est la droite (AB).

b- Résoudre graphiquement et par le calcul $f(x) = g(x)$

c- Résoudre graphiquement $-x+3 < 2x-3$

Exercice N° 4

Soit ABC un triangle.

1) a- Construire les points E et F tels que $\overrightarrow{AE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AF} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$

b- Montrer que $\overrightarrow{BF} = \frac{3}{2}\overrightarrow{EC}$

c- Déduire que (BF) et (EC) sont parallèles.

2) a- Construire les points M et N tels que $\overrightarrow{AM} = -2\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$.

b- Montrer que $\overrightarrow{CN} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

c- Déduire que C, M et N sont alignés

3) Montrer que $\overrightarrow{FN}$ et $\overrightarrow{AM}$ sont colinéaires.

Exercice N° 5

Soit Δ une droite munie d'un repère cartésien $(O, \overrightarrow{OI})$ tel que $OI = 1$

1) Placer les points A,B, C et D définis par ;

$x_A = -4$; $\overline{BO} = -3\overline{OI}$; $\overline{BC} = -5\overline{OI}$ et D le symétrique de A par rapport à O

2) Déterminer l'abscisse du point M de Δ vérifiant $\overline{MA} - 2\overline{MB} = 2$

3) Soit P un point de Δ d'abscisse x, déterminer x pour que l'on ait $AP < CO$

4) Trouver les abscisses des points I,C,et D dans le repère $(A, \overrightarrow{AC})$

Devoir de contrôle N° 5

Exemple 2

Exercice N° 1

Répondre par vrai ou faux :

1) L'ensemble des solutions de l'équation $(E): 5x - y - 2 = 0$ dans $\mathbb{R}^2$ est $\{(x\,;\,5x+2)\,;\,x \in \mathbb{R}\}$

2) Cocher la bonne réponse :

la fonction affine telle que : si $x = 0$, y=2 et si y=0, $x = -\frac{2}{5}$ est définie par :

a- $x \longmapsto 2x+5$ b- $x \longmapsto 5x+2$ c- $x \longmapsto 5x-2$

Exercice N° 2

Soit (O, I, J) un repère du plan

Soit la fonction affine $f : x \longmapsto -\frac{1}{2}x + 3$.

1) a- Calculer l'image de 0 par f puis l'antécédent de 2 par f

b- Tracer la représentation graphique Δ de f

2) a- Sur le même repère, placer les points $A(0\,;\,-2)$ et $B(4\,;\,1)$

b- Montrer que $\frac{3}{4}$ est le coefficient de la fonction affine g représenté graphiquement par la droite (AB)

c- En déduire que $g(x) = \frac{3}{4}x - 2$

3) Résoudre graphiquement l'inéquation $2x - 12 > -3x + 8$

4) a- Tracer dans le même repère la parallèle Δ' à (AB) et passant par le point $E(0\,;\,3)$

b- Déterminer la fonction affine h représentée graphiquement par la droite Δ'

c- Déterminer les coordonnées du point I' intersection de la droite Δ' et l'axe des abscisses.

Exercice N° 3

Soit l'équation $(E): 3x - y + 4 = 0$

1) Indiquer parmi les couples suivants ceux qui représentent une solution de l'équation (E)

$(1\ ;\ 7)$; $(-1{,}2)$; $(2\ ;\ 10)$; $(0\ ;\ 4)$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$; l'équation (E)

3) Représenter graphiquement l'ensemble des solutions sur un repère (O, I, J)

Exercice N° 4

ABC un triangle, I milieu de $[BC]$.

1) a- Construire le point D tel que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

b- Montrer que $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC} = 4\,\overrightarrow{AI}$

2) a- Construire les points E et F tel que $\overrightarrow{AE} = 2\,\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AE} + \frac{5}{2}\overrightarrow{AC}$

b- Exprimer $\overrightarrow{AF}$ à l'aide de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$

c- Montrer que A, F et I sont alignés.

3) Soit M un point du plan tel que $2\,\overrightarrow{BM} - 3\,\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \vec{0}$.

Montrer que $(EF)\ //\ (AM)$

Exercice N° 5

Soit Δ une droite munie d'un repère $(O, \vec{i})$, on considère les points A, B et C tel que

$x_A = 3$; $\overline{AB} = -8$ et $\overrightarrow{AC} = 4\,\vec{i}$

1) Calculer les abscisses de B et de C dans ce repère puis placer ces points sur Δ.

2) Calculer l'abscisse du point I sachant que B est le symétrique de A par rapport à I

3) trouver les abscisses des points C et B dans le repère $(O, \overrightarrow{OI})$.

4) Soit F le point de Δ d'abscisse $\frac{5}{2}$ et M un point quelconque de Δ. On désigne par a l'abscisse de M selon le repère $(O, \vec{i})$ et b son abscisse selon le repère $(O, \overrightarrow{OF})$.

Montrer que $2a = 5b$.

Devoir de contrôle N° 5

Exemple 3

Exercice N° 1

1) Répondre par vrai ou faux

Si f est une fonction affine définie par $f(x) = 3x - 1$ alors l'antécédent de 5 par f est 3

2) Cocher la bonne réponse

Soit Δ une droite munie d'un repère cartésien $(O\ ;\ \overrightarrow{OI})$

Soient A et B deux points de Δ d'abscisses respectifs -2 et 7, on a:

a- $\overline{AB} = 9$ b- $\overline{AB} = -9$ c- $AB=5$

Exercice N° 2

Soit la fonction affine f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x - 1$

1) a- Déterminer l'image et l'antécédent de zéro par f.

b- Tracer la représentation graphique D de f dans un repère (O, I, J).

c- déterminer le réel m pour que le point $M(m-1\ ;\ -3m)$ soit un point de D

2) Soit les points $A(-3\ ;\ 0)$, $B(0\ ;\ 4)$ et soit g la fonction affine dont la représentation graphique dans le repère (O, I, J) est la droite (AB).

a- Déterminer la fonction g.

b- tracer la droite (AB) dans le même repère (O, I, J).

3) a- Montrer que les droites D et (AB) sont sécantes.

b- Déterminer par calcul les coordonnées du points d'intersection K de la droite D avec la droite (AB)

c- Résoudre graphiquement puis par calcul l'inéquation $f(x) > g(x)$

Exercice N° 3

Soit l'équation (E): $ax - 3y - 5 = 0$

1) Déterminer a pour que le couple $(1\ ;\ -1)$ soit une solution de l'équation (E)

2) Dans la suite on donne $a = 2$

a- Vérifier que le couple $(4\ ;\ 1)$ est une solution de l'équation (E)

b- Représenter graphiquement les solutions de l'équation (E) dans un repère (O,I,J).

Exercice N° 4

On considère un triangle ABC. On désigne par I le milieu de $[BC]$.

1) Construire les points K et E définis par $\overrightarrow{AK}=3\overrightarrow{AI}$ et E symétrique de C par rapport à K.

2) Soit G le point défini par $\overrightarrow{GA}+2\overrightarrow{GK}=\vec{0}$

a- Exprimer $\overrightarrow{AG}$ à l'aide de $\overrightarrow{AK}$ puis construire G.

b- Calculer $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GE}+\overrightarrow{GC}$ .En déduire le centre de gravité du triangle AEC .

3) Soit J le point défini par $\overrightarrow{BJ}=-2\overrightarrow{BA}$

Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{IB}$ et $\overrightarrow{JK}$ sont colinéaires.

4) Soit M un point quelconque du plan tel que $5\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\vec{0}$

a- Exprimer $\overrightarrow{AM}$ à l'aide de $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$

b- En déduire que les points A,M et I sont alignés.

Exercice N° 5

Soit Δ une droite munie d'un repère $(O,\overrightarrow{OI})$

1) a- Sur Δ, placer les points A et B d'abscisses respectives -2 et -5 .

b- Calculer $\overline{AB}$ et AB.

2) Soit E le point défini par : $\overrightarrow{AE}=-\dfrac{5}{3}\overrightarrow{AB}$

a- Déterminer l'abscisse de E selon le repère $(O,\overrightarrow{OI})$.

b- Quelle est l'abscisse de E selon le repère $(A,\overrightarrow{AB})$.

3) déterminer l'ensemble des points M de Δ tel que $AM=\dfrac{5}{2}$.

4) Soit N un point de la droite Δ.

Montrer que $\overline{AN}+\overline{EA}-\overline{IN}=\overline{EI}$

Devoir de contrôle N° 5

Exemple 4

Exercice N° 1

1) Répondre par Vrai ou faux :

Le couple $(m\ ;-2)$ est une solution de l'équation $(E) : 2x + y - 4 = 0$ si $m = -3$

2) Cocher la bonne réponse :

si $f : x \longmapsto 7x - 3$; l'image de 3 par f est :

a- 21 b- 24 c- 18

Exercice N° 2

Soit l'application affine $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$x \longmapsto 4x - 5$

1) Tracer la représentation graphique Δ de f dans un repère (O, I, J)

2) La droite Δ coupe respectivement l'axe des abscisses et des ordonnées aux points E et F.

a- calculer les coordonnées des points E et F.

b- Soit $M(m^2 - m\ ; 2m^2 - 7)$ où $m \in \mathbb{R}$

Déterminer le réel m pour que E, F et M soient alignés.

3) Soit $C(-3\ ;4)$ et $D(0\ ;2)$ deux points

a- Déterminer la fonction affine g représentée par la droite (CD).

b- Calculer les coordonnées du point K intersection de Δ et (CD).

c- Résoudre graphiquement l'inéquation $-6x + \frac{15}{2} > x - 3$.

4) Soit h la fonction affine dont la représentation graphique est la droite Δ' parallèle à Δ et passant par le point $G(4\ ;0)$

Déterminer h.

Exercice N° 3

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1) Soit l'équation $-3x + 2y + c = 0$ où c est un réel

a- déterminer le réel c pour que le couple $(1\,;\,1)$ soit solution de cette équation.

b- Vérifier que $(-1\,;\,-2)$ est une solution de cette équation.

c- Représenter l'ensemble des solutions de l'équation : $-3x + 2y + 1 = 0$ dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

2) Déterminer b pour que le couple $(-2, b)$ soit solution de l'équation $x - 4y = 2$ puis vérifier que $(2\,;\,0)$ est solution de cette équation.

3) Résoudre graphiquement le système $\begin{cases} -3x + 2y + 1 = 0 \\ x - 4y - 2 = 0 \end{cases}$

4) Vérifier le résultat précédant par le calcul.

Exercice N° 4

Soit ABCD un parallélogramme.

1) a- construire les points E et F tels que $\overrightarrow{AE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

b- Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires.

2) a- Construire le point M tel que $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{BC}$

b- Montrer que $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{BF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$

c- déduire que B, M et F sont alignés.

3) a- Construire le point J tel que $\overrightarrow{BJ} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.

b- Montrer que $\overrightarrow{AJ}$ et $\overrightarrow{BD}$ sont colinéaires.

Exercice N° 5

Soient A,B et C trois points d'une droite D munie d'un repère cartésien $(O, \overrightarrow{OI})$ tel que $\overline{OA} = -\frac{3}{2}\overline{OI}$, $\overline{AB} = 2\overline{AI}$ et $\overline{BC} = -\frac{1}{2}$

1) Montrer que $x_A = -\frac{3}{2}$, $x_B = \frac{7}{2}$ et $x_C = 3$

2) Calculer $\overline{AC}$, $\overline{BA}$.

3) Déterminer l'abscisse du point N tel que B est le milieu de [AN]

4) Déterminer le point M de Δ tel que $-3\overline{MC} + 5\overline{MB} - \overline{AM} = 5$.

5) Déterminer l'abscisse du point B selon le repère $(A, \overrightarrow{AI})$

6) Déterminer l'ensemble des points M de Δ tel que $AM = 4$.

Devoir de contrôle N° 5

Exemple 5

Exercice N° 1

1) Répondre par vrai ou faux :

Si deux droites D_1 et D_2 sont les représentations graphiques des deux fonctions affines f et g dans le même repère (O, I, J) telles que $f(x) = -\frac{15}{6}x + 17$ et $g(x) = -\frac{25}{10}x + 11$

alors D_1 et D_2 sont parallèles.

2) Cocher la bonne réponse

f est la fonction affine définie par $f(x) = -3x + 4$; -5 est l'image par f du nombre :

a- -4 b- 3 c- 19

Exercice N° 2

Soient f et g deux fonctions affines de représentations graphiques respectives D et D' telle que

$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$; $g(4) = 7$ et $g(1) = -5$

$x \longmapsto -3x + 5$

1) Déterminer la fonction g.

2) Représenter graphiquement f et g dans un même repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

3) Trouver les coordonnées du point d'intersection I de D et D' par le calcul.

4) Soit la fonction linéaire h de représentation graphique Δ_1 telle que $h\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{5}{3}$.

a- Déterminer la fonction h.

b- déterminer la fonction affine k sont la représentation graphique est la droite parallèle à Δ_1 et passant par le point de la droite D d'abscisse $-\frac{2}{3}$

5) La droite D coupe l'axe des abscisses au point A et l'axe des ordonnées au point B.

Trouver les coordonnées des points A et B.

Exercice N° 3

Soit l'équation $(E) : x + 3y - 3 = 0$

1) Parmi ces couples il y a un seul couple solution de (E) : $(0 ; 3)$; $(-3 ; 2)$; $(3 ; -2)$

lequel ? Justifier.

2) Déterminer le réel t pour que $(2\,t\,;\,t+1)$ soit solution de (E) .

3) Représenter D_1 l'ensemble des solutions de (E) dans un repère (O,I,J)

4) a- Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système $\begin{cases} x+3y=3 \\ x-3y=-9 \end{cases}$

b- Soit D_2 l'ensemble des solutions de l'équation $(E'): x-3y+9=0$

En déduire les coordonnées du point A tel que $D_1 \cap D_2 = \{A\}$

Exercice N° 4

ABC Un triangle tel que $AB = 4\,cm$; $\widehat{BAC} = 80°$; $AC = 6\,cm$

1) a- Construire les points M et N tel que $\overrightarrow{AM}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$.

b- Montrer que $\overrightarrow{MN}=\frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$.

2) a- Construire les points E et F tel que $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AN}$ et $\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$

b- Écrire $\overrightarrow{AE}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

c- Déduire que A, E et F sont alignés.

3) a- Montrer que $\overrightarrow{ME}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$

b- Déduire que $\overrightarrow{ME}$ et $\overrightarrow{BF}$ sont colinéaires.

Exercice N° 5

Soit Δ une droite munie d'un repère cartésien $(O,\overrightarrow{OI})$, $\overrightarrow{OI}$ est unitaire.

1) a- Placer sur Δ les points A,B, et C définis par $x_A = 3$; $\overline{AB} = -5$; $\overline{AC} = 2\,\overline{AB}$

b- Soit M le point de Δ vérifiant $2\,\overline{AM} - 3\,\overline{MB} = 4$. Trouver l'abscisse du point M.

c- Soit N le point de Δ d'abscisse positif tel que $3\,BN = NC$. Trouver l'abscisse de N

2) Déterminer les abscisses des points O, B et C dans le repère $(A,\overrightarrow{AB})$.

Devoir de contrôle N° 5

Exemple 6

Exercice N° 1

1) Répondre par vrai ou faux :

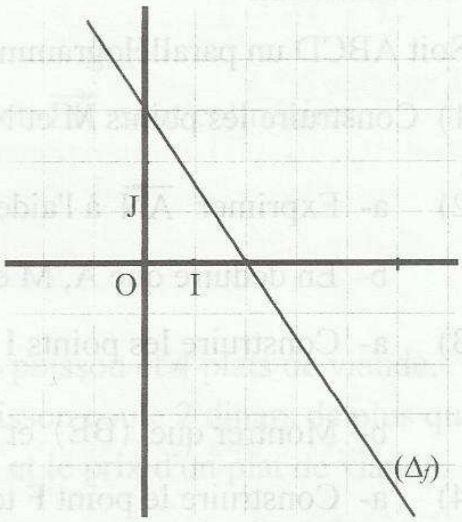
Si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$ sont colinéaires, alors ABCD est un trapèze.

2) Cocher la bonne réponse :

Soit Δ une droite munie d'un repère cartésien $(O,\overrightarrow{OI})$ et M un point de Δ d'abscisse 3, alors, on a : a- $\overrightarrow{OM}=3\overrightarrow{OI}$ b- $\overrightarrow{MO}=3\overrightarrow{OI}$ c- $\overrightarrow{OM}=3\overrightarrow{IO}$

Exercice N° 2

La droite (Δ_f) ci-contre représente dans le repère (O,I,J) une fonction affine f



1) Déterminer les coordonnées du point A l'intersection des droites (Δ_f) et (OI), en déduire $f(2)$

2) Déterminer les coordonnées du point B l'intersection des droites (Δ_f) et (OJ), en déduire $f(0)$

3) Déterminer la fonction f

4) Soit la fonction affine g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = -\dfrac{1}{2}x - 1$

a- Calculer $g(0)$ puis $g(-2)$

b- Tracer la représentation graphique (Δ_g) dans le même repère (O,I,J) de la fonction g

5) Déterminer, graphiquement, les coordonnées du point K l'intersection des droites (Δ_f) et (Δ_g)

Exercice N°3

Soit $(O,\vec{i},\vec{j})$ un repère orthonormé du plan.

1) On donne l'équation $(E): 2x + y - 4 = 0$

a- Les couples $\left(\dfrac{3}{4}, -\dfrac{1}{2}\right)$ et $\left(\dfrac{3-\sqrt{2}}{2}; \dfrac{1}{\sqrt{2}-1}\right)$ sont-ils solutions de (E) ?

b- Déterminer le réel m pour que le couple $\left(\frac{1}{2}m^2 ; 2m+5\right)$ soit solution de (E)

2) Tracer la droite D représentation graphique de l'ensemble des solutions de l'équation (E)

3) on donne $A(2 ; 5)$ et $B(-1 ; -4)$

Déterminer la fonction affine f dont la représentation graphique est la droite (AB)

4) En déduire la résolution graphique du système $\begin{cases} 2x + y - 4 = 0 \\ 3x - y = 1 \end{cases}$

5) a- Déterminer la fonction affine g dont la représentation graphique est la droite Δ parallèle à droite (AB) et passant par $C(3 ; 2)$

b- En déduire la résolution graphique du système $\begin{cases} y = 3x - 1 \\ 3x - y = 7 \end{cases}$

Exercice N° 4

Soit ABCD un parallélogramme tel que $AB = 4$ et $AD = 6$

1) Construire les points M et N tels que $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AD} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$

2) a- Exprimer $\overrightarrow{AN}$ à l'aide de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$

b- En déduire que A, M et N sont alignés

3) a- Construire les points I et E tels que $\overrightarrow{AI} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{BM} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

b- Montrer que (BE) et (AI) sont parallèles.

4) a- Construire le point F tel que $\overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}$.

b- Montrer que C est le centre de gravité du triangle AEF.

Exercice N° 5

Soit Δ une droite munie d'un repère $(O ; \overrightarrow{OI})$ tel que $OI = 1$

1) a- Placer les points A et B tels que : $x_A = -1$ et $x_B = 5$

b- Calculer la mesure algébrique du vecteur $\overline{BA}$, en déduire la distance BA.

c- Déterminer l'abscisse du point K milieu de $[AB]$.

2) Calculer l'abscisse du point C tel que $\overline{AC} = 5$ puis placer C.

3) Déterminer l'abscisse du point E tel que $\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AC}$

4) Déterminer l'abscisse du point F tel que $\overline{AF} - 4\overline{FB} = 0$.

5) Déterminer les abscisses des points M de Δ tel que $MA = \frac{3}{2}IA$.

Devoir de contrôle N° 6

Exemple 1

Exercice N° 1

Pour chacune des questions suivantes, une ou deux réponses sont correctes. Cocher la ou les bonnes réponses.

Soit $(O, \overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ})$ un repère orthonormé du plan :

1) Si $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 1 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} -\sqrt{2} \\ -1 \end{pmatrix}$ alors

a- $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires b- $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ne sont pas colinéaires

c- $(AB) \,//\, (CD)$

2) Si $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{EK}\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ alors :

a- $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{EK}$ ne sont pas colinéaires. b- $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{EK}$ sont colinéaires.

c- E, F et K ne sont pas alignés.

Exercice N° 2

1) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système (S) $\begin{cases} x = y + 2 \\ 2x + 4y = 52 \end{cases}$

2) Dans un restaurant , 6 personnes ont commandé 2 plats de poisson et 4 plats de viande. On sait que le prix total payé est 52 dinars et qu'un plat de poisson coute 2 dinars de plus que celui d'un plat de viande. Quel est le prix d'un plat de poisson et le prix d'un plat de viande.

Exercice N°3

Le plan est munie d'un repère orthonormé $(O, \overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ})$.

1) Placer les points $A(4\,;\,5)$; $B(-3{,}3)$ et $C(2\,;\,-2)$

2) a- Calculer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AC}$.

b- Déterminer les coordonnées du point D image de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$

3) Calculer AB et AC , puis déduire la nature du triangle ABC

4) Montrer que ABDC est un losange.

5) Montrer que les points B, O et C sont alignés.

6) Soit E le symétrique de D par rapport à C. Montrer que $E \in (OI)$.

Exercice N° 4

ABC un triangle rectangle direct et isocèle en A tel que $AB = AC = 3$ et r le quart de tour direct de centre A.

1) Déterminer $r(B)$; $r((AB))$

2) Construire $K = r(C)$ puis montrer que les points A,B et K sont alignés.

3) Déterminer la nature du triangle BCK. Justifier.

Devoir de contrôle N° 6

Exemple 2

Exercice N° 1

Cocher la bonne réponse

1) si $A(3\,;5)$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}$ alors B a pour coordonnées :

a- $(1\,;1)$ b- $(5\,;9)$ c- $(-1\,;-1)$

2) Si $5x+2y=-1$ et $-9x-4y=1$ alors

a- $x=1$ et $y=-2$ b- $x=-1$ et $y=2$ c- $x=2$ et $y=-1$

Exercice N° 2

Résoudre par le calcul les systèmes suivants :

$\begin{cases} x+2y+5=0 \\ 3x-4y=1 \end{cases}$; $\begin{cases} 3x+2y=2 \\ x+\dfrac{2}{3}y-\dfrac{2}{3}=0 \end{cases}$; $\begin{cases} x^2-y^2=5 \\ x-y=1 \end{cases}$

Exercice N° 3

Soit $(O,\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ})$ un repère cartésien du plan

1) a- Placer les points $A(-2\,;1)$, $B(1\,;2)$, $C(1\,;-3)$ et $E(6\,;2)$

b- Calculer les coordonnées du point K milieu du segment $[AC]$

c- Trouver les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB}$

d- Calculer les coordonnées du point D pour que ABCD soit un parallélogramme.

2) Montrer que le point O est le centre de gravité du triangle ABC

3) Montrer que les droites (AB) et (OE) sont parallèles.

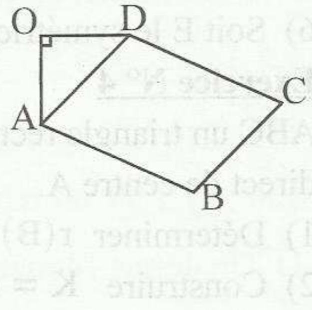
4) Soit le point $M(3t+1\,;2-4t)$

Déterminer le réel t pour que les point O, M et E soit alignés.

Exercice N° 4

Soit ABCD un parallélogramme. On trace à l'extérieur du parallélogramme le triangle OAD rectangle et isocèle en O.

Soit r le quart de tour directe de centre O .



1) Montrer que $r(A)=D$

2) a- Construire le point E image de B par r

b- Montrer que $(DC)\perp(DE)$

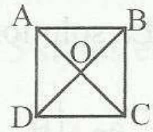
3) Soit $F=r(D)$; Montrer que O, A et F sont alignés

Devoir de contrôle N° 6

Exemple 3

Exercice N° 1

I) On donne la figure ci-contre où ABCD un carré de centre O.

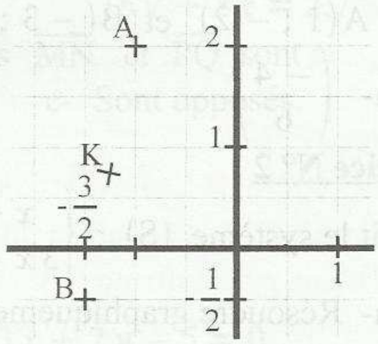


Répondre par vrai ou faux

a- A est l'image de B par le quart de tour indirect de centre O.

b- L'image de (AC) par le quart de tour indirect de centre O est (BD)

II) Cocher la bonne réponse :



Les coordonnées du point K milieu de $[AB]$ sont :

a- $\left(-\frac{5}{4}\,;-\frac{3}{4}\right)$ b- $\left(-\frac{5}{4}\,;\frac{3}{4}\right)$

c- $\left(\frac{5}{4}\,;\frac{3}{4}\right)$

Exercice N° 2

Soit l'équation $(E) : 5x - y = 7$

1) a- Trouver le réel m pour que le couple $(m\,;3)$ soit solution de (E)

 b- Donner tous les couples solutions de (E)

 c- Représenter graphiquement dans un repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ les solutions de (E)

2) Résoudre graphiquement le système $\begin{cases} 5x - y = 7 \\ 2x + 3y = -4 \end{cases}$

3) Résoudre le système précédent par le calcul.

Exercice N° 3

1) Placer les points $A(-2\,;3)$; $B(1\,;4)$ et $C(0\,;-1)$ dans un repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ du plan

2) Déterminer les coordonnées du point I sachant que A et C sont symétriques par rapport à I

3) Déterminer les coordonnées du point D tel que ABCD est un parallélogramme.

4) Soit G le centre de gravité du triangle ABC

 a- Construire le point G.

 b- Déterminer par le calcul les coordonnées de G dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.

 c- Déterminer les coordonnées de G dans le repère $(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$

5) Soit $E\left(-1\,;\frac{10}{3}\right)$ dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$

Montrer que A, B et E sont alignés. En déduire l'abscisse de E dans le repère $(B,\overrightarrow{BA})$

6) Déterminer les coordonnées de E et D dans le repère $(B,\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC})$

Exercice N° 4

Soit ABC un triangle direct rectangle et isocèle en B et D le point du plan tel que $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$

1) Montrer que D est l'image de B par le quart de tour direct de centre A.

2) Déduire l'image de la droite (BC) par le quart de tour direct de centre A.

3) Construire le point E image de C par le quart de tour direct de centre A. Montrer que les points C,D et E sont alignés.

4) Déduire que D est le milieu de $[CE]$

Devoir de contrôle N° 6

Exemple 4

Exercice N° 1

1) La solution du système $\begin{cases} 4x - 5y = 1 \\ x - 3y = 9 \end{cases}$ est le couple

a- $\left(0\ ;\ -\dfrac{1}{5}\right)$ b- $(3\ ;\ -2)$ c- $(-6\ ;\ -5)$

2) Si $A(1\ ;\ -2)$ et $B(-3\ ;\ 4)$ alors $\overrightarrow{AB}$ a pour composantes :

a- $\begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix}$ b- $\begin{pmatrix} 4 \\ -6 \end{pmatrix}$ c- $\begin{pmatrix} 6 \\ -4 \end{pmatrix}$

Exercice N° 2

1) Soit le système (S) : $\begin{cases} x + y = 7 \\ 3x - 2y = 6 \end{cases}$.

a- Résoudre graphiquement le système (S)

b- résoudre par le calcul le système (S)

2) Soit Un rectangle de périmètre 14 cm. Si on diminue sa longueur de 2 cm et on augmente sa largeur de 3 cm son aire ne change pas. Déterminer les dimensions de ce rectangle.

Exercice N° 3

Soit $(O, \overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ})$ un repère orthonormé du plan.

1) a- placer les points $A(2\ ;\ 3)$; $B(1\ ;\ 0)$ et $C(-1\ ;\ 2)$

b- Quelle est la nature du triangle ABC ?

2) a- Déterminer les coordonnées du point K milieu de $[BC]$

b- Calculer la distance AK puis déduire l'aire du triangle ABC.

3) Soit le point $H(0\ ;\ -3)$

a- Montrer que les points A, B et H sont alignés.

b- en déduire l'abscisse du point H dans le repère $(A, \overrightarrow{AB})$.

Exercice N° 4

Dans la figure ci-contre on a : OAB un triangle direct isocèle et rectangle en O et ABCD un carré de centre I telle que $AB = 4\,\text{cm}$

Soit r le quart de tour direct de centre O.

1) a- Déterminer $r(A)$. Justifier la réponse.

b- Construire E image de C par r

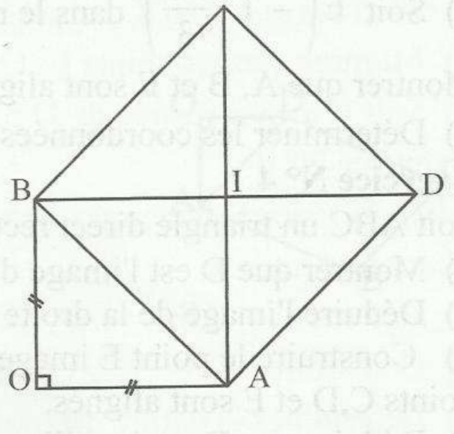
c- Montrer que $AC = BE$ et que $(AC) \perp (BE)$

d- déduire que B milieu de $[ED]$

2) Soit J le milieu de $[BE]$. Montrer que $r(I) = J$.

3) Soit $\mathscr{C}$ le cercle de centre A et qui passe par D.

Déterminer et construire $\mathscr{C}'$ image de $\mathscr{C}$ par r.



Devoir de contrôle N° 6

Exemple 5

Exercice N° 1

Cocher la ou les bonnes réponses :

1) Nour paie 2,4 dinars pour 2 stylos et 3 cahiers, Aymen paie 2,7 dinars pour 5 stylos et 2 cahiers. Quel système traduit cet énoncé ?

a- $\begin{cases} 2x + 3y = 2,4 \\ 5x + 2y = 2,7 \end{cases}$ b- $\begin{cases} 3x - 2y = 2,4 \\ 2x - 5y = 2,7 \end{cases}$ c- $\begin{cases} 2y + 3x = 2,4 \\ 5y + 2x = 2,7 \end{cases}$

2) Si $M(-1\,;2)$, $N(3\,;4)$, $P(5,-2)$ et $Q(9,0)$ alors $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{PQ}$ sont :

a- Sont égaux b- ne sont pas égaux c- Sont opposés.

Exercice N° 2

On considère le système (S) : $\begin{cases} 2x - y + 6 = 0 \\ 3x + 2y - 5 = 0 \end{cases}$

1) Résoudre (S) par le calcul.

2) Soit Δ et Δ' les droites d'équations $2x - y + 6 = 0$ et $3x + 2y - 5 = 0$.

a- Tracer Δ et Δ' dans un repère orthonormé $(O,\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ})$ et déterminer graphiquement les coordonnées de $\{A\} = \Delta \cap \Delta'$

b- Soit B le point de Δ d'ordonnée 0. Calculer son abscisse.

c- Soit C le point de Δ' d'abscisse 4. Calculer son ordonnée.

d- Montrer que le triangle ABC est rectangle.

Exercice N° 3

Soit $(O,\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ})$ un repère orthonormé du plan.

1) Placer les points $A(1\,;1)$; $B(-3\,;4)$; $C\left(3\,;-\frac{1}{2}\right)$ et $D(-5\,;1)$

2) a- Calculer les composantes des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$

b- déduire que les points A,B et C sont alignés.

c- Quel est l'abscisse de C selon le repère $(A,\overrightarrow{AB})$

3) a- déterminer les coordonnées du point K milieu de $[AD]$

b- En déduire les coordonnées du point E le quatrième point du parallélogramme ABDE

4) Déterminer les coordonnées du point G centre de gravité du triangle ABD.

Exercice N° 4

ABC un triangle de sens direct.

1) Extérieurement à ce triangle , construire les carrés ACDE, BAFG et CBHI.

2) R est le quart de tour indirect de centre C

a- Montrer $R(A) = D$ et $R(I) = B$

b- déduire que (AI) est perpendiculaire à (BD)

3) On pose r le quart de tour direct de centre B. Montrer que $AH = CG$

4) Déterminer le quart de tour qui permet de passer du cercle $\mathscr{C}$ de diamètre $[BE]$ au cercle $\mathscr{C}'$ de diamètre $[FC]$.

Devoir de contrôle N° 6

Exemple 6

Exercice N° 1

Cocher la ou les bonnes réponses :

1) le couple $(0\ ;-1)$ est solution du système :

a- $\begin{cases} 3x+5y+5=0 \\ x-y-1=0 \end{cases}$ b- $\begin{cases} 5x+y=0 \\ 3x-y=0 \end{cases}$ c- $\begin{cases} 7x-y=1 \\ 2x-3y=3 \end{cases}$

2) Si $A(3\ ;-2)$ et $B(2\ ;-3)$ alors le milieu de $[AB]$ a pour coordonnées

a- $(5\ ;-5)$ b- $\left(-\frac{5}{2}\ ;\frac{5}{2}\right)$ c- $\left(\frac{5}{2}\ ;-\frac{5}{2}\right)$

Exercice N° 2

Dans un repère $(O,\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ})$, on donne les points $A(-1\ ;0)$ et $B(-3\ ;1)$

1) Déterminer une équation du 1^{ier} degré à deux inconnues x et y dont les solutions sont représentées par la droite (AB)

2) Sur le même repère, représenter la droite D : représentation graphique de l'ensemble des solutions de l'équation $\frac{1}{2}x+y+6=0$

3) Déduire l'ensemble des solutions du système : $\begin{cases} x+2y+1=0 \\ \frac{1}{2}x+y+6=0 \end{cases}$

Exercice N° 3

Soit un repère $(O,\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ})$ du plan ; on donne $A(1\ ;2)$; $B(4\ ;4)$ et $C(7\ ;2)$.

1) a- Faire une figure.
   b- Déterminer les coordonnées du point H milieu de $[AC]$
   c- Déterminer les coordonnées du point D symétrique de B par rapport à H

2) a- Calculer les composantes des vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BD}$
   b- En déduire que $(AC)\perp(BD)$. c- Déduire la nature du quadrilatère ABCD.

3) a- Tracer le cercle $\mathscr{C}$ de centre A et de rayon 3
   b- Vérifier que le point H appartienne au cercle $\mathscr{C}$
   c- Montrer que la droite (BD) est tangente au cercle $\mathscr{C}$.

Exercice N° 4

On considère un triangle ABC isocèle et rectangle en A dans le sens direct. On donne I le milieu du segment $[AB]$ et R le quart de tour direct de centre I

1) La parallèle à la droite (AC) passant par I coupe [BC] en J
Montrer que la droite (AJ) est la médiatrice du segment $[BC]$

2) a- Déterminer $R(B)$ et $R(J)$. b- Construire le point D tel que $R(A)=D$

3) Montrer que I est le milieu du segment $[DJ]$. En déduire la nature du quadrilatère ADBJ

4) a- Construire le point C' tel que $R(C)=C'$
   b- Montrer que les points A, J et C' sont alignés.

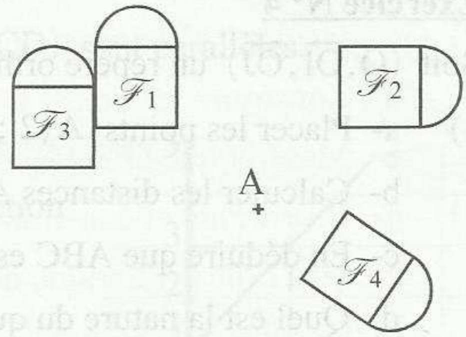
5) Soit $\mathscr{C}$ le cercle de centre B et passant par D.
Construire $\mathscr{C}'=R(\mathscr{C})$. Vérifier que $\mathscr{C}'$ est le cercle de diamètre $[BC]$.

Devoir de synthèse N° 3

Exemple 1

Exercice N° 1

Cocher la bonne réponse :



1) L'image de $\mathcal{F}_1$ par le quart de tour indirect de centre A est :

a- $\mathcal{F}_2$ b- $\mathcal{F}_3$ c- $\mathcal{F}_4$

2) La fonction affine dont la représentation graphique passe par les points $A(0\ ;\ -1)$ et $B(1\ ;\ 2)$ a pour coefficient de linéarité :

a- 2 b- 3 c- 4

Exercice N° 2

I) Soit l'équation $E : 3x + 4y + 2 = 0$

1) Trouver les réels a et b pour que les points $A(a\ ;\ -2)$ et $B(-6, b)$ soient des points de la droite D représentation graphique de l'ensemble des solutions de l'équation (E)

2) Soit D' la représentation graphique de l'ensemble des solutions de l'équation $E' : x - 2y + 4 = 0$. Construire D et D' dans un même repère $(O\ ;\ I;\ J)$

3) Résoudre graphiquement puis par le calcul le système (S) : $\begin{cases} x - 2y + 4 = 0 \\ 3x + 4y + 2 = 0 \end{cases}$

II) $\begin{cases} \text{3 cahiers et cinq crayons coûtent 2310} \\ \text{2 cahiers et 7 crayons coûtent 2530} \end{cases}$

Déterminer le prix d'un crayon et celui d'un cahier.

Exercice N° 3

A l'issue de l'année scolaire; les notes obtenues en mathématiques par les 25 élèves d'une classe s'établissent ainsi :

Notes	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Effectifs	2	0	3	2	6	3	1	3	2	2	1
Fréquences											
Fréquences cumulées croissantes											

1) Représenter graphiquement cette série statistique.

2) Déterminer le mode, l'étendue et la moyenne de cette série

3) a- Déterminer les fréquences et les fréquences cumulées croissantes.

b- Déterminer la médiane.

c- Quel est le pourcentage des élèves ayant une note inférieure ou égale à 7?

Exercice N° 4

Soit $(O, \overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ})$ un repère orthonormé du plan.

1) a- Placer les points $A(2\ ;\ 1)$; $B(4\ ;\ 4)$; $C(5\ ;\ -1)$ et $D(7\ ;\ 2)$

b- Calculer les distances AB, AC et BC.

c- En déduire que ABC est un triangle rectangle et isocèle.

d- Quel est la nature du quadrilatère ABDC.

2) Déterminer les coordonnées du point E symétrique de B par rapport à A. Placer le point E.

3) Soit r le quart de tour indirect de centre A.

a- Quels sont les images des point B et C par r.

b- Déterminer l'image de la droite (BC) par r. En déduire que $(BC) \perp (CE)$

c- Soit K milieu de [BC] et K' l'image de K par r. Montrer que K' est le milieu de [CE]

d- Déterminer et construire $\mathscr{C}'$ image du cercle $\mathscr{C}$ circonscrit au triangle ABC par r.

4) Soit D' l'image de D par r. Montrer que D', A et K' sont alignés

Exercice N° 5

La figure ci-contre représente une pyramide de hauteur $SO = 9$ et de base le carré ABCD de côté 4 et de centre O. Soit $E \in [SA]$ tel que $SE = \frac{1}{3}SA$. Le plan P parallèle à (ABC) passant par E coupe $[SB]$, $[SC]$, $[CD]$ et $[SO]$ respectivement en F,G;H et O'

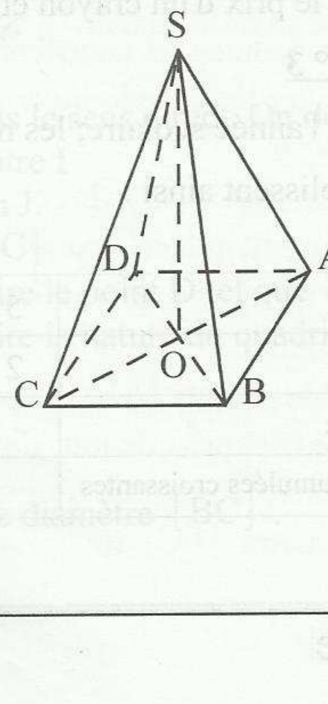
1) Précise la nature de la section obtenue

2) Montrer que $(SO) \perp (EFG)$

3) a- Montrer que $\frac{SO'}{SO} = \frac{EF}{AB} = \frac{1}{3}$

b- En déduire que $SO' = 3$ et que $EF = \frac{4}{3}$

4) Calculer le volume du solide SEFGH



Devoir de synthèse N° 3
Exemple 2

Exercice N° 1

1) répondre par vrai ou faux

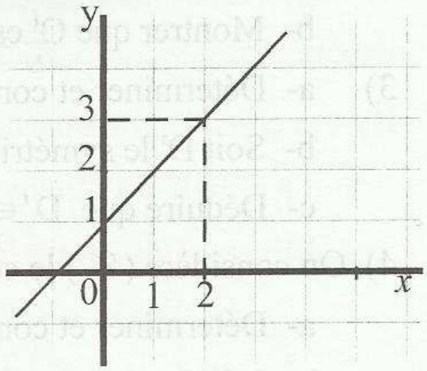
Si $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-3\\1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}6\\-2\end{pmatrix}$ alors les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

2) Cocher la bonne réponse :

La droite ci-contre est la représentation graphique de la fonction

a- $f : x \longmapsto x+1$ b- $f : x \longmapsto x+2$

c- $f : x \longmapsto x+3$



Exercice N° 2

Soit $(O,\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ})$ un repère orthonormé du plan

1) placer les points $A(1\ ;3)$, $B(-3\ ;0)$, $C(-1\ ;-1)$ et $D(2{,}5\ ;1)$

2) a- Calculer les composantes des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

b- En déduire que les points A,B et C ne sont pas alignés.

3) Montrer que le triangle ABC est rectangle en C et calculer son aire.

4) Trouver les coordonnées du point F tel que AFBC est un rectangle.

5) On donne les deux équations (E) et (E') du premier degré a deux inconnues :

$$(E): 4x + 3y - 13 = 0 \qquad \text{et} \qquad (E'): x + 4y = 0$$

a- Vérifier que les coordonnées des points A et D sont des solutions de l'équation (E)

b- Résoudre graphiquement le système $(S): \begin{cases} 4x+3y-13=0 \\ x+4y=0 \end{cases}$

c- retrouver la solution de (S) par le calcul.

Exercice N° 3

Le tableau suivant donne la production d'un champ d'olivier en Kg d'olives.

Production (en Kg)	[20 ; 40[	[40 ; 60[	[60 ; 80[	[80 ; 100[	[100 ; 120	Total
Effectifs	5	20	35	28	12	

1) Compléter ce tableau avec les fréquences et les fréquences cumulées croissantes.

2) a- Donner la classe modale.

b- Calculer la moyenne de cette série.

3) a- Tracer le polygone des fréquences cumulées croissantes.

b- En déduire la médiane de cette série.

4) Déterminer le pourcentage des oliviers dont la production est supérieure ou égale à 80 kg

Exercice N° 4

ABCD est un carré direct de centre O et r le quart de tour indirect de centre O.

1) Déterminer en justifiant $r((AD))$ et $r((CD))$

2) On considère r' le quart de tour direct de centre A

a- Construire les points O' et C' les images respectives de O et de C par r'

b- Montrer que O' est le milieu de $[AC']$

3) a- Déterminer et construire la droites Δ image de la droite (CD) par r'.

b- Soit D' le symétrique de B par rapport à A. Montrer que $r'(D) = D'$.

c- Déduire que $D' \in \Delta$

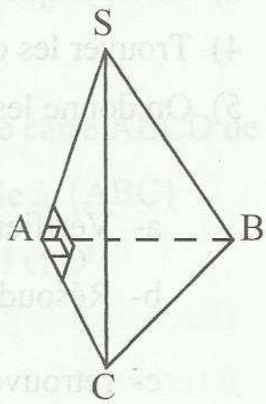
4) On considère $(\mathscr{C})$ le cercle circonscrit au carré ABCD.

a- Déterminer et construire le cercle $(\mathscr{C}')$ image du cercle $(\mathscr{C})$ par r'

b- Vérifier que $D' \in (\mathscr{C}')$.

Exercice N° 5

Dans la figure : SABC est un tétraèdre tels que les triangles SAB, SAC et ABC sont rectangles en A. On pose $AB = AC = 6$ et $AS = 4$ (en cm).



1) Montrer que la droite (SA) est perpendiculaire au plan (ABC)

2) Soit M un point variable de l'arête $[SA]$ distinct de S et de A. Le plan P passant par M et parallèle au plan (ABC) coupe $[SB]$ en N et coupe $[SC]$ en K.

a- Représenter la section obtenue et préciser sa nature.

b- Montrer que la droite (SM) est perpendiculaire au plan (MNK)

3) On pose $SM = x$

a- Exprimer la distance MN en fonction de x

b- On note $V_1(x)$ le volume du tétraèdre SMNK. Vérifier que $V_1(x) = \frac{3}{8}x^3$.

Devoir de synthèse N° 3

Exemple 3

Exercice N° 1

Cocher la bonne réponse :

On considère les points $A(4\,;\,-2)$ et $B(-2,-5)$

1) Soit $C(2\,;\,1+m)$. Les points A, B et C sont alignés si

a- $m = 4$ b- $m = -4$ c- $m = \frac{1}{4}$

2) Soit $E(2\,;\,6)$, $F(-4\,;\,3)$

a- (AB) et (EF) sont strictement parallèles.

b- (AB) et (EF) sont sécantes

c- (AB) et (EF) sont confondues.

Exercice N° 2

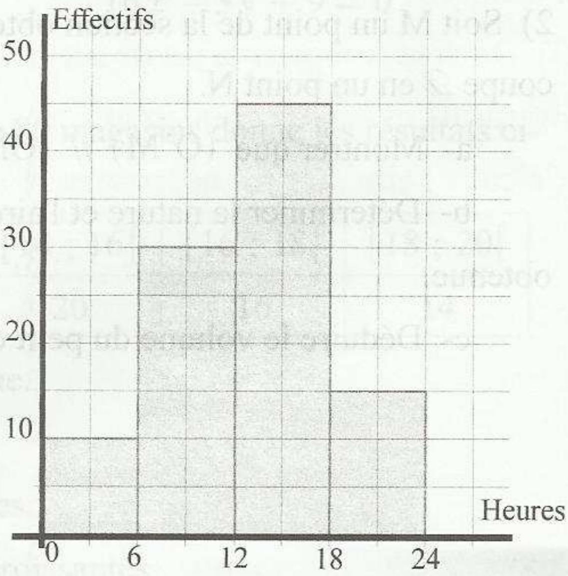
1) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système $\begin{cases} 3x - y = -3 \\ 4x - y = 4 \end{cases}$

2) Une boite contient des boules rouges et des boules noires.

Si l'on ajoute une boule rouge, les boules rouges représentent alors le $\frac{1}{4}$ du contenu total de la boite. Si l'on retire une boule rouge, les boules rouges représentent alors le $\frac{1}{5}$ du contenu total de la boite.

Exercice N° 3

L'histogramme suivant représente la répartition des accidents de la route suivant l'heure ou il s'est produit.



1) Dresser le tableau des effectifs puis compléter le tableau par fréquences et les fréquences cumulées croissantes.

2) Déterminer la classe modale et la moyenne des accidents chaque jour.

3) Tracer le polygone des fréquences cumulées croissantes puis déterminer la médiane.

4) Calculer le pourcentage des accidents qui se produisent entre 16h et 18h.

Exercice N° 4

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O,\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ})$. On donne les points $A(2\,;\,1)$; $B(1\,;\,-3)$, $C(-1\,;\,-1)$, $D(0\,;\,3)$ et $F(4\,;\,3)$.

I) 1) a- Placer ces points dans le repère.

b- Montrer que ABCD est un parallélogramme.

c- Montrer que ADF est un triangle rectangle et isocèle. Calculer son aire.

2) Déterminer les coordonnées du point E image de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$

3) Déterminer les coordonnées du point G vérifiant : $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$

II) On considère le quart de tour direct de centre A

1) Quelle est l'image de F par ce quart de tour.

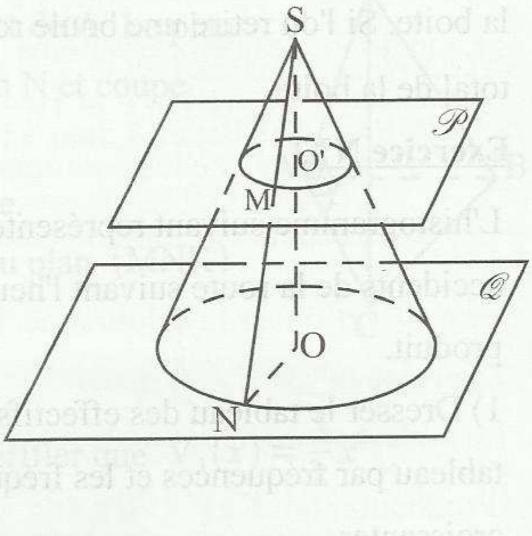
2) a- Construire le point D' image du point D par ce quart de tour.

b- En déduire l'image de la droite (DF) par ce quart de tour.

c- Soit $K(-4;3)$ et K' son image par ce quart de tour. Montrer que les points D, D' et K' sont alignés.

Exercice N° 5

Un cône de révolution de sommet S et de hauteur h à $1{,}5\,m$ et a pour base le disque $\mathscr{D}$ de centre O et de rayon R dont son aire égale à $25\pi\,m^2$. On sectionne ce cône par un plan $\mathscr{P}$ parallèle à sa base $\mathscr{Q}$ à une distance $d = 0{,}9\,m$ du sommet



1) Justifier que $(SO)\perp\mathscr{P}$ en un point O'.

2) Soit M un point de la section obtenue. La droite (HS) coupe $\mathscr{D}$ en un point N.

a- Montrer que $(O'M)\ //\ (ON)$

b- Déterminer la nature et l'aire de la section obtenue.

c- Déduire le volume du petit cône.

Devoir de synthèse N° 3
Exemple 4

Exercice N° 1

Cocher la bonne réponse

1) Soit Δ la droite d'équation $x-2y+c=0$. Si $B(-2\,;\,-5)\in\Delta$ alors

a- $c=12$ b- $c=-8$ c- $c=8$

2) Sur 1000 candidats qui se sont présentés à un concours, 500 d'entre eux ont été reçus. On considère la série des notes obtenues. La moyenne des notes obtenues est 9,437 et la médiane de la série est 9,241. Si un candidat a été admis, alors il a obtenu une note :

a- Supérieure à 10 b- Supérieure à 9,437 c- Supérieure à 9,241

Exercice N° 2

1) Résoudre par calcul chacun des systèmes suivants :

(S_1) : $\begin{cases} 2x-y-1=0 \\ 3x+2y+9=0 \end{cases}$ (S_2) : $\begin{cases} 2x-y-1=0 \\ 6x-3y-3=0 \end{cases}$

2) Soit l'équation $(E): 2x-y-1=0$

a- Déterminer le réel t pour que le couple $(t+1, t-1)$ soit une solution de l'équation (E)

b- Déterminer l'ensemble des solutions de l'équation (E)

c- représenter graphiquement l'ensemble des solutions Δ de l'équation (E) dans un repère (O, I, J).

d- Résoudre graphiquement le système suivant : (S) : $\begin{cases} 2x-y-1=0 \\ 6x-3y+9=0 \end{cases}$

Exercice N° 3

Une enquête sur le prix en dinars d'un article auprès de 80 magasins donne les résultats ci-dessous :

Prix (en dinars)	[10 ; 12[	[12 ; 14[	[14 ; 16[	[16 ; 18[	[18 ; 20[
Nombre de magasins	5	25	20	16	14

1) Déterminer la classe modale de cette série statistique.

2) Calculer le prix moyen $\overline{X}$ d'un article .

3) a- Déterminer les fréquences cumulées croissantes.

b- Tracer le polygone des fréquences cumulées croissantes c- Déterminer par le graphique la médiane de cette série.

4) Quel est le pourcentage de magasins pratiquant un prix strictement inférieur à 16 ?

Exercice N° 4

Soit $(O, \vec{i}, \vec{j})$ un repère orthonormé du plan

1) a- Placer les points A,B C et D tels que $A(2\ ;\ 1)$; $B(-1\ ;\ 4)$; $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}0\\-9\end{pmatrix}$ et $D(-7\ ;\ 1)$

b- Montrer que le point O est le centre de gravité du triangle ABC.

2) a- Déterminer les composantes de chacun des vecteur $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{AB}$

b- En déduire que $(CD) \mathbin{//} (AB)$

3) Les droites (AD) et (BC) se coupent au point E.

a- Vérifier que les coordonnées du point E sont $(-1\ ;\ 1)$.

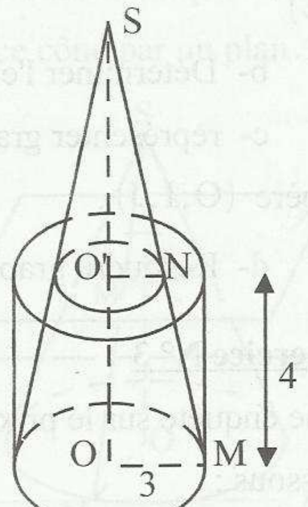
b- Montrer que le triangle ABE est isocèle et rectangle.

4) a- Construire le point B' image de B par le quart de tour direct de centre E.

b- Déterminer les coordonnées du point B'

Exercice N° 5

Un cylindre et un cône ont une base commune de rayon 3 cm. Ils ont le même volume. Le cylindre a pour hauteur 4 cm (Voir figure)



1) a- Calculer le volume du cylindre.

b- Montrer que la hauteur du cône est 12 cm.

2) la face supérieure du cylindre sectionne le cône.

Calculer le rayon de cette section.

3) On veut recouvrir la partie supérieure du cône située au dessus du cylindre par du tissu.

Calculer l'aire du tissu nécessaire.

Devoir de synthèse N° 3

Exemple 5

Exercice N° 1

Cocher la bonne réponse.

1) Une série de notes de dix élèves d'une classe est donnée dans le tableau suivant :

x_i	2	8	9	10	19
n_i	3	1	4	1	1

Un élève a obtenu 8. Cette note est supérieure :

a- au mode b- à la médiane c- à la moyenne

2) Soit (D) une droite munie d'un repère cartésien $(O, \overrightarrow{OI})$.

Soit A et B deux points de (D) d'abscisses respectives -3 et 5. K le milieu du segment $[AB]$ a pour abscisse :

a- 1 b- -1 c- 4

Exercice N° 2

1) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système $\begin{cases} x+2y-4=0 \\ 3x-4y-12=0 \end{cases}$.

2) Soient D et D' les représentations graphiques respectives des équations $x+2y-4=0$ et $3x-4y-12=0$ dans un repère orthonormé $(O, \overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ})$ du plan.

L'axe des ordonnées coupe respectivement D et D' en B et A, et D coupe D' en C.

a- Déterminer les coordonnées de A, B et C puis construire D et D'.

b- Calculer AB, BC et OC.

c- Calculer l'aire du triangle ABC.

3) Soit H le projeté orthogonal de A sur la droite D.

Déduire AH

Exercice N° 3

On donne deux triangles OAB et OCD rectangles directes et isocèles en O.

1) On désigne par r le quart de tour direct de centre O. Quelle est l'image de chacun des points A et C par r?

2) a- Construire le point E tel que $E = r(D)$

b- Montrer que O est le milieu de [CE]

3) a- Montrer que (AD) $\perp$ (BE)

b- Soit $[OH]$ la hauteur du triangle OAD. La droite (OH) coupe (BC) en M.

Montrer que M est le milieu de [BC]

Exercice N° 4

Voici les tailles en centimètre de 20 élèves :

165	152	163	168	157
150	154	160	155	168
164	167	169	160	159
161	162	158	157	163

1) Organiser les données précédentes sous la forme d'un tableau statistique par classes $[150 ; 155[$; $[155 ; 160[$; $[160 ; 165[$; $[165 ; 170[$ comportant : classes, effectifs, fréquences, fréquences cumulées croissantes.

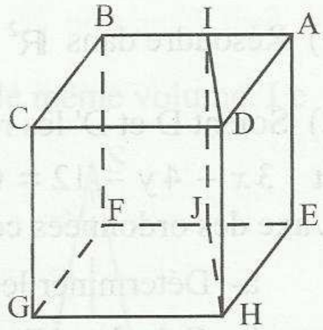
2) construire le polygone des fréquences cumulées croissantes.

3) a- Déterminer la classe modale et la médiane de la série.

b- Calculer la moyenne des tailles

Exercice N° 5

On considère un cube ABCDEFGH telle que $AB = 6\,\text{cm}$ et I le point appartenant au segment $[AB]$ telle que $AI = 2\,\text{cm}$



1) On fait la section de ce cube par le plan (DIH) (voir dessin)

a- Quelle est la nature de la section obtenue, calculer son aire.

b- Quelle est la nature de chaque solide obtenu, calculer le volume de chacun.

2) Montrer que (AE) // (DIJ)

Devoir de synthèse N° 3

Exemple 6

Exercice N° 1

1) Répondre par vrai ou faux:

La section d'un parallélépipède droit par un plan est un rectangle.

2) Cocher la bonne réponse :

Ont donne (S) : $\begin{cases} 2x + y = -2 \\ -x - 3y = 1 \end{cases}$

La solution du système (S) est : a- $(-1\,;\,0)$ b- $(1\,;\,0)$ c- $(0\,;\,-1)$

Exercice N° 2

1) Soit l'équation du premier degré à deux inconnues réelles x et y : (E): $ax + by + 1 = 0$

Déterminer a et b pour que les couples $(-2\,;\,-1)$ et $(4\,;\,3)$ soient solutions de l'équation (E)

2) a- Construire dans un repère orthonormé $(O, \overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ})$ les droites Δ et Δ' représentations graphiques respectives des solutions des équations $2x - 3y + 1 = 0$ et $3x + 2y - 5 = 0$.

b- Déterminer graphiquement les coordonnées du point A : intersection des droites Δ et Δ'

3) soit B le point de la droite Δ d'abscisse 7 et C le point de Δ' d'abscisse (-1)

a- Montrer que le triangle ABC est rectangle et calculer son aire.

b- En déduire la longueur de la hauteur $[AH]$ du triangle ABC

Exercice N° 3

Poids (x_i)	10	15	18	25	30
Effectifs (n_i)	8	10	15	10	7
Effectifs cumulés croissants					
Fréquences cumulées croissantes					

1) Compléter le tableau

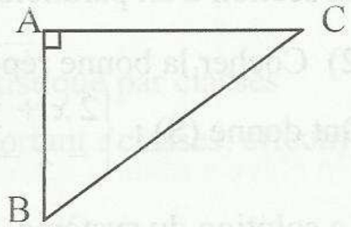
2) Déterminer la médiane de cette série.

3) Déterminer le mode et la moyenne $\overline{X}$ de cette série.

4) Calculer le pourcentage des enfants dont le poids est supérieur ou égal à 15 kg

Exercice N° 4

Soit ABC un triangle rectangle en A tel que $AC \neq 2AB$



1) Construire les points H et K les images respectives des points A et C par le quart de tour direct R de centre B.

2) Montrer que $AC = HK$ et que les droites (AC) et (HK) sont perpendiculaires.

3) Déterminer la nature du triangle BHK.

4) a- Construire le point I l'image de A par le quart de tour indirect de centre B.

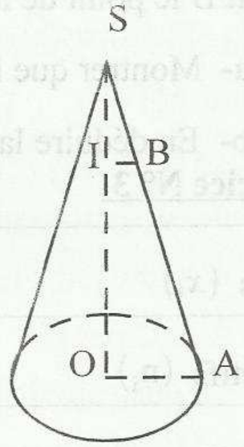
b- Déterminer l'image de la droite (CI) par le quart de tour direct R.

5) Les droites (CI) et (KA) se coupent en J.

Montrer que les points J, A et C appartiennent à un même cercle ($\mathscr{C}$) dont on précisera le centre et le rayon.

Exercice N° 5

On considère le cône de révolution ci-contre de sommet S tel que le rayon de sa base est $OA = 4$ et la longueur de sa génératrice $SA = 4\sqrt{5}$



1) montrer que la hauteur du cône $SO = 8$

2) On sectionne le cône par un plan parallèle à sa base qui coupe (SA) en B et (SO) en I tel que $SB = \sqrt{5}$

a- Calculer IB et SI

b- Quelle est la nature de la section. Calculer son aire.

c- En déduire le volume du petit cône.